

---



# Legged-Robots-That-Balance 足式机器人平衡算法

Marc H. Raibert

0

---

## 前言

人工智能是利用计算的思想和方法研究智能的学科。不幸的是，目前对智力的定义似乎是不可能的，因为智力似乎是如此多信息处理和信息表征能力的混合体。

当然，心理学、哲学、语言学和相关学科为研究智力提供了不同的视角和方法。然而，在很大程度上，文中提出的理论。这些字段太不完整，也太含糊，无法用计算来实现。还需要更多的东西，即使有价值的想法、关系和约束可以从传统的研究中收集到，毕竟，什么是令人印象深刻的存在，证明了智能实际上是可能的。

人工智能提供了新的视角和新的方法论。它的中心目标是让计算机变得智能化，这既是为了让它们更有用，也是为了理解使智能成为可能的原理。智能计算机将是非常有用的，这是显而易见的。更深刻的一点是，人工智能的目标是用计算的思想和方法来理解智能，从而为理论的形成提供了一个全新的、不同的基础。大多数做人工智能的人认为，这些理论将适用于任何智能信息处理器，无论是生物还是固态。

还有一些副作用也值得注意。任何能够成功模拟智能的程序，哪怕只是一小部分，本质上

将是庞大而复杂的。因此，人工智能不断面对计算机科学技术的限制。遇到的问题已经足够难和有趣，足以诱使人工智能人们满腔热情地致力于这些问题。因此，从人工智能到计算机科学的思想源源不断，这是很自然的，而且这种流动没有减弱的迹象。

麻省理工学院人工智能新闻系列旨在为多个领域的人们(包括专业人士和学生)提供有关世界各地研究中心前沿正在发生的事情的及时、详细的信息。

Patrick Henry Winston

Michael Brady

我第一次对步行运动感兴趣是在 1974 年，当时我还是麻省理工学院的一名研究生。Berthold Horn 和 Mitch Weiss 一直在想，腿就像车轮的辐条，所以他们把轮缘从一个转动的车轮上取下来，把它滚下坡道，看看会有什么效果。它做得不是很多，但它让我想到了腿和腿部运动。无框车轮的一个问题是辐条太硬，

---

所以它们在地板上停留的时间不够长，没有给轮毂转动的机会。我从埃米利奥·比齐那里了解到，肌肉和肌腱的弹性特性在控制动物肢体运动方面发挥了重要作用，在我看来，如果辐条也有一定的弹性，效果会更好。无框车轮的另一个问题是缺乏保持直立的方法，所以它在一两步之后就倾倒了-它需要一个平衡的机制。直到1979年，我才有机会进一步探讨这个问题。当Ivan Sutherland鼓励我在他的系里开始一个机器人项目时，我正作为访问嘉宾在加州理工学院教授一门机器人课程。我向他提到，计算机控制的弹跳杆将是学习控制和平衡的一个很好的模型，它可能会导致对腿部运动的基本理解。令我吃惊的是，他把这个想法当真了。在Sutherland创业基金的资金和Elmer Szombathy在机械车间的大力帮助下，我建造了一台初步的机器，它可以像单条弹性腿上的弹跳杆一样跳跃和平衡(见图)。从1980年Sutherland和我向Craig Fields展示这台机器的那一刻起，我们就用一个旧行李箱一把它带到了华盛顿，国防高级研究计划局(DARPA)只用了不到一个月的时间就支持了这个项目，并启动了一个关于步行车辆的全国性研究计划。1981年，我搬到匹兹堡，在卡内基-梅隆大学建立了Leg实验室，我和同事们在那里完成了初步的机器，然后又建造了其他几台机器。这本书是关于这些机器的，以及我们在使用它们来理解令人着迷的腿部运动问题方面所取得的进展。

不幸的是，动态腿部系统的行为很难通过印刷文字和静止照片传达出来。为了弥补这一局限，我编辑了一盘录像带，作为本书的附录。它包括来自文本中描述的跑步机和几个计算机模拟的材料。录像带大约播放15分钟，拷贝可以从麻省理工学院出版社获得。

要单独感谢所有为这本书和它所报道的工作做出贡献的人是不可能的。我特别感谢LEG实验室的成员，他们做出了各种贡献，特别是Ben Brown和Michael Chepponis。Ivan Sutherland帮助启动了这项研究，并将继续成为灵感和好想法的丰富来源。与Matt Mason进行的激动人心和挑衅性的讨论澄清了几个技术问题。

我要感谢Craig Fields、Clint Kelly和Charlie Smith，他们让腿部科技的想法激发了他们的想象力和想象力。

他们通过他们的支持，以及他们的机构、国防高级研究计划局和系统开发基金会的支持，使这项工作成为可能。

许多同事和学生通过阅读全部或部分手稿来提供帮助。他们包括：Ben Brown、Nancy Cornelius、Matt Mason、Ken Goldberg、Ivan Sutherland，特别是Michael Chepponis和Jessica Hodgins。Ivor Durham的PLOT程序生成了文本中使用的图表。Ivor专门为这本书对情节做了几处补充和修改，我对此特别感激。这些技

---

术插图是由 Steve Talkington 绘制的。Michael Ullner 编写了排版宏，Roberto Minio 帮助排版。Sylvia Brahm 在许多方面做出了贡献。

最后，我要感谢我的家人 Nancy、Matthew 和 Linda，感谢他们在整个项目过程中给予我的关爱支持。

Marc H. Raibert

匹兹堡

宾夕法尼亚州

1985 年 10 月

---

## 目录

|                      |    |
|----------------------|----|
| 前言.....              | 1  |
| 第 1 章 简介.....        | 1  |
| 为什么研究腿足式机器人? .....   | 1  |
| 动力学和平衡性提高机动性.....    | 2  |
| 腿式机械的研究史.....        | 5  |
| 主动平衡研究史.....         | 8  |
| 奔跑机器人简介.....         | 10 |
| 运行控制被分解为三个部分.....    | 12 |
| 三维空间运动.....          | 13 |
| 多腿机器人的奔跑运动.....      | 15 |
| 机器人和动物的对称性.....      | 17 |
| 总结.....              | 18 |
| 扩展阅读.....            | 19 |
| 第 2 章 平面跳行单腿.....    | 21 |
| 平面跳行的单腿机器人结构.....    | 22 |
| 腿部.....              | 24 |
| 机械的操作过程.....         | 25 |
| 运动控制分解三部分.....       | 27 |
| 跳行高度的控制.....         | 28 |
| 状态机对跳行循环的跟踪.....     | 29 |
| 前行速度控制.....          | 30 |
| 对称与不对称.....          | 33 |
| 一种关于足部位置的算法.....     | 33 |
| 控制身体姿态.....          | 35 |
| 跳行实验.....            | 36 |
| 速率控制.....            | 36 |
| 位置控制.....            | 37 |
| 跳跃.....              | 38 |
| 改进和局限性.....          | 39 |
| 总结.....              | 41 |
| 第 3 章 在三维空间中的跳跃..... | 43 |
| 三维空间中的平衡.....        | 43 |

---

|                          |    |
|--------------------------|----|
| 3D 单腿跳跃机器 .....          | 46 |
| 3D 单腿机器人的控制系统 .....      | 52 |
| 前向速度控制 .....             | 52 |
| 从机腿的运行中估计前向速度 .....      | 53 |
| 控制机体姿态 .....             | 54 |
| 三维空间中的跳跃实验 .....         | 55 |
| 速率控制 .....               | 55 |
| 位置控制 .....               | 55 |
| 圆形奔跑 .....               | 60 |
| 总结 .....                 | 61 |
| 附录 3A 3D 单腿机器人的运动学 ..... | 62 |
| 第 4 章 双足和四足机器人奔跑 .....   | 65 |
| 单腿稳定控制方法 .....           | 65 |
| 二维平面约束下的双足机器人奔跑 .....    | 66 |
| 采用单腿简化模型实现的四足机器人奔跑 ..... | 68 |
| 虚拟腿概念 .....              | 69 |
| 基于虚拟腿的四足机器人步态实验 .....    | 71 |
| 引入虚拟腿理论 .....            | 73 |
| 四足机器人控制方法讨论 .....        | 75 |
| 本节总结 .....               | 75 |
| 附录 4A 虚拟腿的力平衡 .....      | 77 |
| 附录 4B 四足机器人运动学 .....     | 78 |
| 第 5 章 奔跑中的对称性 .....      | 79 |
| 对称结构力学 .....             | 80 |
| 单腿对称运动 .....             | 80 |
| 非对称步态 .....              | 83 |
| 多足的对称 .....              | 83 |
| 动物奔跑中的对称性 .....          | 86 |
| 生成对称运动 .....             | 89 |
| 剪切对称 .....               | 90 |
| 奔跑中的反对称性 .....           | 91 |
| 对称性的意义 .....             | 92 |
| 总结 .....                 | 93 |
| 附录 5A. 平面系统的运动方程 .....   | 94 |

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 平面单足系统的运动方程.....       | 94  |
| 平面双腿系统的运动方程.....       | 95  |
| 附录 5B. 对称腿运动的证明.....   | 96  |
| 第 6 章 运动控制的替代方法.....   | 98  |
| 有关弹跳控制的更多信息.....       | 98  |
| 模型.....                | 98  |
| 跳跃.....                | 99  |
| 跳跃的仿真结果.....           | 102 |
| 跳跃策略.....              | 104 |
| 一种可供选择的三部分控制.....      | 105 |
| 腿部扫描算法.....            | 106 |
| 算法的实现.....             | 106 |
| 腿部扫描算法的仿真结果.....       | 108 |
| 四足跑的控制分类.....          | 111 |
| 机器坐标与世界坐标.....         | 111 |
| 跳跃周期.....              | 111 |
| 协调腿推的机构.....           | 112 |
| 速度控制.....              | 113 |
| 姿态控制.....              | 113 |
| 恢复.....                | 115 |
| 腿部协调.....              | 116 |
| 总结.....                | 118 |
| 四足动物控制决策综述.....        | 118 |
| 附录 6A 平面单腿模型的运动方程..... | 119 |
| 第 7 章 表格运行控制.....      | 121 |
| 运行的表格控制.....           | 121 |
| 使用表格进行控制的背景知识.....     | 121 |
| 表格数据的多项式逼近.....        | 126 |
| 结论.....                | 130 |
| 附录 7A 性能指标最小化表.....    | 130 |
| 附录 7B 性能指标最小化多项式.....  | 131 |
| 第 8 章 关于动物和运动体的研究..... | 133 |
| 动物运动实验.....            | 133 |
| 以机器人实验为动机的动物实验.....    | 133 |

---

|  |     |
|--|-----|
| 哲学思想.....                                | 138 |
| 发展实用的足式机器人.....                          | 138 |
| 跑步与杂耍高度相似.....                           | 140 |
| 运动与机械臂控制是否具有共同点? .....                   | 141 |
| 术语表.....                                 | 143 |
| “Legged robots that balance” 翻译活动计划..... | 151 |
| 1、招聘章节管理员.....                           | 151 |
| 2、关于翻译的一些资料.....                         | 151 |
| 3、时间安排.....                              | 152 |
| 4、其他.....                                | 153 |
| 5、人员安排.....                              | 154 |

---

## 第 1 章 简介

本书的主题是腿足式机器人。腿足式机器人是动态的机器，当在实验室中移动时，它们能自动地保持平衡。研究这些机器的目的是探索腿足式运动的原理，特别是那些深层次的控制和平衡原理。这些原理可以帮助我们理解动物的运动，并建造有实用价值的腿足式机器人。

第一章解释了研究腿足式运动的重要意义，为读者提供了一些关于腿足式机器人的背景知识，并且重点讲述了接下来几章的汇报内容。

### 为什么研究腿足式机器人？

创造腿足式机器人不仅仅能给人带来造物的喜悦，还有其他两个重要原因。

第一个原因是机动性。我们需要能够在现有车辆无法通行的复杂地形上行驶的机器。轮式车辆在轨道和道路等预先铺设好的路面上具有出色的表现，但世界上大多数地方没有铺设道路。现有的轮式和履带式车辆只能到达地球上大约一半的陆地，而动物们可以到达的陆地面积要大得多。因此，需要制造出有腿的交通工具，以便到达动物们能够到达的地方。

腿足式机器人在崎岖的地形中比车轮或履带具有更好的机动性，原因之一是它们可以使用独立的落足点来优化支撑和牵引力，而车轮需要连续的支撑路径。因此，腿足式机器人的灵活性通常受到可达地形中最佳立足点的限制，而车轮则受到最差地形的限制。梯子就是一个很好的一个例子——轮子无法在它最陡的部分移动，而有限的支撑点却可以满足腿足式系统的移动(图 1.1)。



图 1.1 腿足式系统不需要连续的支撑路径。他们可以使用被不可使用的地形分隔开的孤立的落足点

---

腿足式系统的另一个优点是，身体的路径与脚的路径是可以解耦的，因而实现了主动悬挂的效果。即使地形有明显的变化，机身与负重也可以自由而平稳地移动。腿足式系统还可以跨越障碍物。原则上，腿足式系统的性能在很大程度上与地面的粗糙度无关。腿足式系统可以使用这种解耦特性来提高它在崎岖地形上的速度和效率。

制作腿足式机器人离不开工程和科学领域的共同进步。腿足式机器人需要能够控制关节运动的系统，能够循环交替控制腿，监测和控制平衡，使用已知的立足点来生成运动，通过感知地形来寻找良好的立足点，并计算立足点序列。这些工作中的大部分还没有被很好地解决，但是相关研究正在稳步推进。如果这项研究取得成功，它将引发腿式机器人的大发展，在柔软、有坡度或有障碍并且现有车辆无法运动的地形中高效、快速地移动。这种运载工具将在工业、农业和军事应用中发挥巨大作用。探索腿足式运动的第二个原因是为了了解人类和动物的运动。人们只需要在电视上看几次即时回放，就会被运动员负重、摇摆、投掷、滑翔以及以其他方式控制身体移动、保持方向、平衡和速度的方式的多样性和复杂性所震撼。这种表现不仅限于职业运动员，从机械、感知、运动融合的角度来看，小孩子在游乐场的行为同样令人印象深刻。也许最令人兴奋的是看到自己的孩子从匍匐、爬行到行走、奔跑、跳跃、攀登的一次次进步。

动物也能表现出极好的灵活性和敏捷性。它们快速稳定地穿过森林、沼泽和丛林，从一棵树爬到另一棵树。他们行动迅速，运动效率很高。

尽管我们很擅长用自己的腿来跑步，但在理解步行和跑步的控制原理方面，我们仍处于初级阶段。动物使用了怎样的控制原理？要想更多地了解动物运动的可能机制，一个方法是建造用腿移动的机器。动物和机器执行类似的运动任务时，它们的控制系统和机械结构必然会遇到类似的问题。通过制造机器，我们可以对这些问题有新的认知，并研究出可能的解决方案。特别有价值的是构建能实际工作的物理机器对每一个技术环节都有严格要求。具体的理论和算法可以通过提出具体的实验测试和验证模型来指导生物学研究。这种跨学科的方法已经在生物学和机器人有共同基础的其他领域流行起来，比如视觉、语言等。

### **动力学和平衡性提高机动性**

本书所述内容主要集中在基于稳定性的腿足式运动的动态处理。这意味着所研究的腿足式系统在这样一种状态下工作：速度和动能是运动的重要决定因素。为了预测和控制动态系统的行为，必须考虑每个质量和弹簧中存储的能量以及机构运动学关系。当系统以相当大的速度或质量运动时，仅仅使用运动学无法提供充

分数学模型描述。比如，如果一辆快速行驶的汽车突然停下来，重心离前脚太近，就会翻倒。

能量在各种形式之间的交换对于理解腿部运动的动态特性也很重要。例如，在一个跑动周期内，系统会多次改变储存能量的形式：身体的仰重力势能在下落时变为动能，然后在与地面接触时因腿部弹性变形而变为弹性势能，然后随着身体向上加速，再次转化为动能，最后又转化为重力势能。这种动态的能量交换是理解腿部运动的核心。

然而，存在动态特性并不意味着难以控制。虽然一个腿足式系统的详细动力学可能确实很复杂，但使用动力学的控制技术可能非常简单。例如，如果认为跳跃是一种谐振弹跳运动，那么跳跃控制系统就不需要主动地跟随身体沿着目标轨迹运动。它可以通过在每个周期中提供一次适当大小的推力来刺激和调节弹跳运动。如果控制系统与被控对象的动态特性相协调，通常可以使控制系统变得更简单。本书的一个主要目标就是探究复杂动态动力学问题的简单控制方法。

动力学在足式机器人主动平衡控制方面起到重要作用。静平衡四足机器人一般会保持身体重心在支撑域，同时尽量减少倾倒和水平加速度。在这种约束条件下，可以推导出腿和身体的运动轨迹，如图 1.2 所示。动物在缓慢移动时有时会采用这种平衡方式，但它们通常会采用动态平衡的方法。

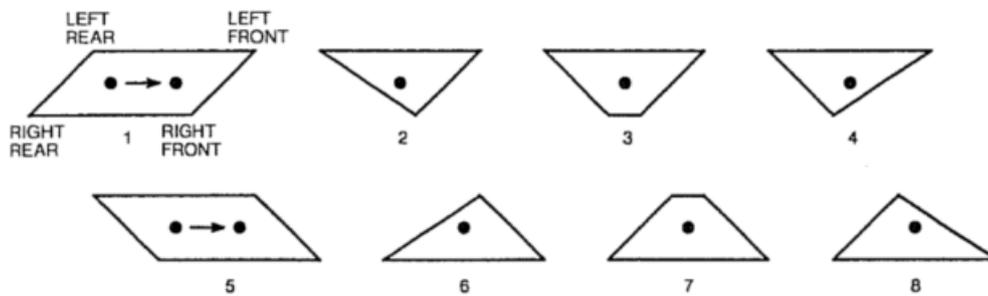
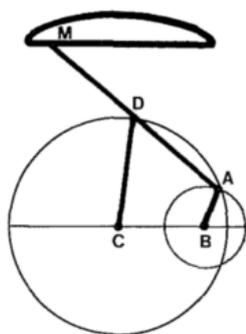


图 1.2 静步态。图中显示了爬行四足动物的脚的支撑顺序。质心和腿同时移动以保持重心垂直投影始终在支撑域内。图中圆点表示质心的投影，多边形顶点表示支撑脚。

主动平衡的腿足式系统可以容忍偏离静平衡状态。与静平衡系统（必须始终在平衡状态或接近平衡状态下运行）不同，主动平衡系统允许短时间内机身倾倒或者有水平加速度。控制系统操纵身体和腿的运动，以确保每个倾倒的时间间隔很短，并且每个方向的倾倒运动可由相反方向的运动来补偿。随着时间的推移，腿部可以保持对身体的动态稳定支撑。主动平衡系统也能接受垂直加速度，例如腿弹性变形时发生的反弹和飞行相时的抛物运动。

主动平衡系统可以容忍偏离静态平衡，这让腿支撑身体的方式更加灵活，从而提高机动性。例如，如果一个腿足式系统可以容忍倾倒，即，可以将落足点规划在远离重心的位置，进而使用任意位置的立足点。如果该系统可以保持直立，并且脚下有小的支撑地面，那么它可以在障碍物密集或可落足点不连续的地方移动。在不连续地面上移动的能力有助于提高机动性。它也允许同时改变所有腿的落脚点，即拥有跳跃能力，还可以使用抛物运动来提高速度。这种在不连续且狭窄支撑区域上移动的能力，使得腿足式机器人可以适应的地形更加广泛。动物经常使用主动平衡在复杂地形上快速奔跑。如果要像动物一样快速且任意的移动，腿足式机器人也必须拥有主动平衡系统。



$$CD = AD = DM = \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$$

$$BD = \frac{4 + \sqrt{7}}{3}$$

图 1.3 早期用于步行机器人的连杆机构。当输入曲柄 AB 转动时，输出点 M 在循环的一部分沿直线运动，在循环的另一部分沿拱形运动。当有两个以上这种机构运行时，至少有一个机构能够提供足底的直线运动，身体总是由直线运动的脚支撑。

## 腿式机械的研究史

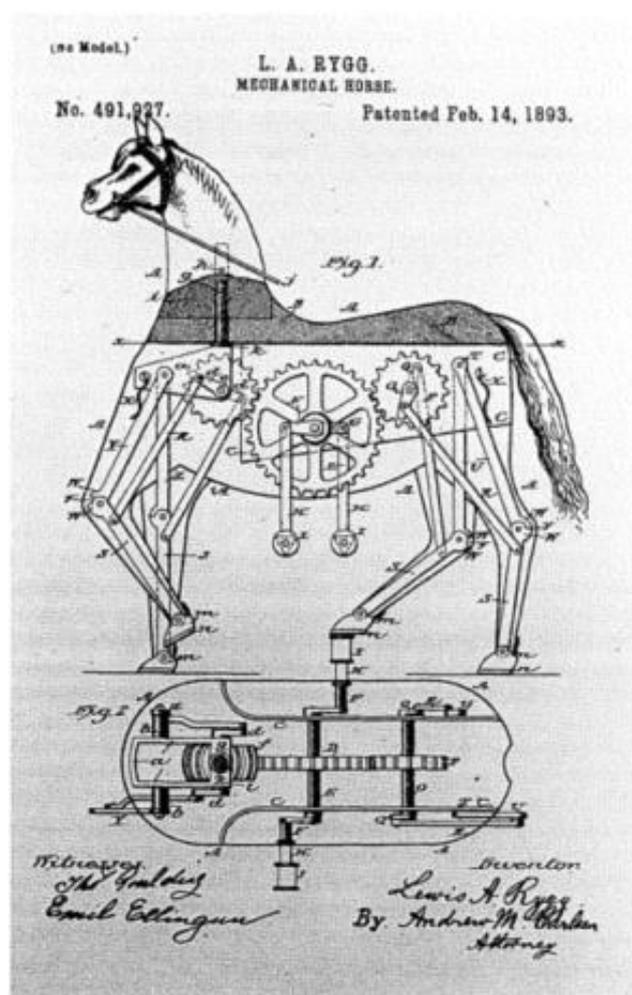


图 1.4 Lewis 于 1893 年申请了机械马专利。马镫是两个踏板，这样骑手就可以带动踏板运动。缰绳左右摆动头部和前腿以控制方向。显然，这台机器从未被制造出来

在介绍本书的主要内容，即基于主动平衡的腿足式机器人之前，我们先简要地回顾一下腿足式机器人发展史。腿足式运动的科学研究开始于一个世纪前，当时的加州州长利兰·斯坦福 (Leland Stanford) 委托埃德沃德·迈布里奇 (Eadweard Muybridge) 研究马是否能同时双脚着地。斯坦福曾打赌说它永远不会。1878 年，迈布里奇在《科学美国人》杂志上刊登了一组定格照片，证明斯坦福的观点是错误的。在那之后，迈布里奇继续记录了 40 多种哺乳动物的行走和奔跑行为，其中也包括人类。他的照片资料至今仍然有相当大的价值，并作为运动研究的里程碑而留存下来。步行机器人的研究也起源于迈布里奇的时代。1870 年左右有人设计了一个早期步行模型（图 1.3）。它使用连杆机构来产生使身体前进的直线运动，脚的上下移动可以切换支撑腿。这种结构最初是由俄罗斯著名数

---

学家切比雪夫(Chebyshev)在几年前(卢卡斯 1894)设计的。在随后的八九十年间,足式机器人的研究方法主要是探索不同的连杆机构生成的不同足底轨迹对机器人的影响。当时有很多巧妙的设计,但这些机器的性能受其固定的运动模式的限制,不能适应地形的变化。到 20 世纪 50 年代末,人们发现,很明显,提供固定运动轨迹的联动装置起不了什么作用,真正有用的步行机器人器需要控制器。

人工操作也属于一种控制方案。上世纪 60 年代中期,拉尔夫·莫舍在通用电气公司用这种方法制造了一辆四足步行卡车。该项目是一项为期十年的计划的一部分,旨在培养更好的远程操作员,能够通过高保真度的力反馈提供更好的灵活性。莫舍建造的机器高 11 英尺,重 3000 磅,是液压驱动的。如图 1.5 所示。司机的四肢分别通过踏板控制步行卡车的四肢。当驾驶员让卡车的腿推动障碍物时,力反馈让驾驶员感知到障碍物,就好像是自己的胳膊或腿在推动一样。

经过大约 20 个小时的训练,莫舍能够非常流畅的操作这台机器。视频资料显示,它可以以每小时 5 英里的速度缓慢前进、爬上一堆铁轨、把一辆撞毁的吉普车从泥里推出来以及控制一个大鼓挂在挂钩上。尽管它依赖于经过培训的人类来控制,但这种步行机器是腿足式机器人技术的一个里程碑,而且与许多后续发明相比,它仍然是一个重大的进步。

20 世纪 70 年代,一种替代人类控制腿足式机器人的方法成为可能:使用数字计算机。俄亥俄州立大学团队在 1977 年首次成功地使用了这种方法。他们制造了一种类似昆虫的六足机器人,这种机器人可以用许多标准步态行走、转弯、爬行,并能越过简单的障碍。计算机的主要任务是解运动学方程,以协调驱动腿的 18 个电机。这种协调确保了机器的重心保持在支撑域内,同时各个腿可以周期性运动。这台机器走得很慢,大约每分钟走几米。后来,力传感器和计算机视觉系统使得主动适应地形成为可能。McGhee 利用这台六足机器人验证了他早期在组合学和步态选择方面的理论成果。俄亥俄州立大学的研究小组目前正在建造一个大型六足机器人,重约 3 吨,可以运行于非常复杂的地形上。

Gurfinkel 和他在苏联的同事在大约同一时间制造了一台与 McGhee 类似的机器。它使用混合计算机进行控制,大量使用了模拟计算以实现低级功能。

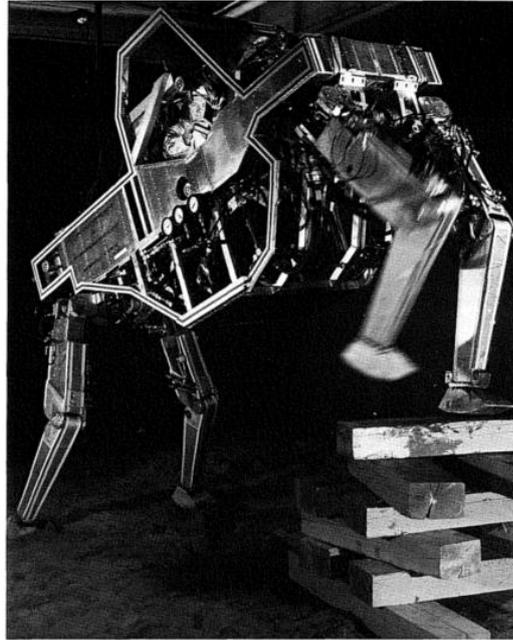


图 1.5 通用电气的莫舍在 1968 年发明了四足卡车。人类驾驶员通过四个手柄来控制机器，这些手柄通过液压连接到机器的四条腿上。（照片由通用电气研发中心提供）

Hirose 意识到，联动设计和计算机控制并不是不兼容的。他设计了 7 种特殊的连杆结构，组装成了一条特殊的腿，可以简化运动控制，提高效率。这条腿是一个三维的电驱机械臂，它将每个驱动器的运动转化为脚的一个纯粹的笛卡尔坐标转换。只要选择一个执行器，控制计算机就可以生成每只脚的  $x$ 、 $y$  和  $z$  平移，从而免除了执行运动学解的繁重任务。巧妙设计的机械结构，有助于完成运动所需的计算。电机在向前移动机身时只做了正功。

Hirose 用这条腿制造了一个小的四足机器人，大约 1 米长。它的每只脚上都装有接触传感器，身体上还安装了一个带油阻尼的钟摆。利用传感器，使用了一些很简单的算法来控制脚的移动。例如，当脚向前移动时，如果接触传感器检测到接触，腿就会向后移动一点，向上移动一点，然后继续向前移动。如果脚没有越过障碍，这个循环就会重复。重复使用若干个这种简单的算法，使得 Hirose 的机器可以在没有人工干预的情况下上下楼梯和跨越其他障碍。

上述三台足式机器人，代表了一类称为静态爬行的机器。它们在构造细节和用于控制的计算技术上各不相同，但它们有一个共同的平衡和稳定方法：让足够的脚放在地面上，以保证在任何时候都有一个宽阔的支撑域，身体和腿的运动使重心保持在这个宽阔的支撑域上，前进速度很低，可以根据身体和脚的空间结构来预测稳定性，不必担心质心动能问题。这些机器都曾被用来研究粗糙地形下的运动，包括地形传感、步态选择和落脚点序列选择等实验。在此期间，还有其他几台属于这一类的机器（例如，Russel 1983、Sutherland 和 Ullner 1984、

Ooka 等人。1985 年)。

### 主动平衡研究史

上一节主要介绍了静平衡足式机器人。本章将探究主动平衡的动态机器人。第一台主动平衡的机器是一台自动控制的倒立摆。众所周知，人可以很轻松地用手指平衡指尖上立着的扫帚。为什么不使用自动控制来制造一个能自我平衡的扫帚呢？

克劳德·香农可能是第一个这么做的人。1951 年，他用一些零件制造了一台机器，在一辆小型动力卡车上平衡倒立摆（香农 1985）。卡车来回行驶，以响应钟摆的倾斜运动，钟摆底部有一对感应开关用于检测钟摆的倾斜。为了让卡车从一个地方移动到另一个地方，卡车首先必须远离目标点，使钟摆失去平衡。为了在目标点让钟摆再次保持平衡，卡车会从远离目标点的地方减速，直到钟摆再次竖直，同时速度为 0，保证钟摆回到中点。

正是在香农的敦促下，坎农和他在斯坦福大学的两名学生开始研究二阶倒立摆的控制器。二阶倒立摆分为两种：一种是钟摆是并排装在小车上的，另一种是钟摆串联装在小车上（图 1.6）。坎农的团队对单输入多输出问题和可实现平衡的局限性做了很多研究：如何使用单一驱动力来控制两个钟摆的角度以及小车的位置？考虑到机械系统的参数，如车上电机强度或摆的长度，系统在不可能恢复平衡之前最大偏离平衡的程度是多少？

利用基于法向坐标和 bang-bang 开关曲线的分析，将系统的能控区域表示为系统物理参数的显式函数。一旦构建了这些能控区域，它们的边界就可以用来寻找提供控制的开关函数。后来，他们扩展了这些技术，以提供一个灵活的倒立摆的平衡。这些对倒立摆平衡的研究是以后运动研究的重要基础。倒立摆步行模型将成为研究腿部系统平衡的主要工具。然而，还没有人将坎农优雅的分析结果推广到更复杂的腿足式机器人。



图 1.6 坎农和他的学生制造了三种能在移动的车上平衡倒立摆的机器：两个倒立摆并排平

---

衡，一个倒立摆在另一个倒立摆上，一个长而柔软的倒立摆。只有一种输入，即水平驱小车的力，系统就可以控制

在通用电气的莫舍团队也对平衡进行了研究。他们的初衷是，在建造前文所述的四足卡车之前，先建造一个行走的两足机器，由驾驶舱内一个戴着仪器以及安全带“行走”的人控制。考虑到人类驾驶着比自己大几倍的机器运动时，会有非常夸张的前馈输入力，由于不清楚人类是否能适应这种运动，他们首先做了一个实验。在实验中，受试者站在大约 20 英尺高的倒立摆上。钟摆的关节就像人的脚踝和臀部，一个固定在大地上，一个固定在支撑平台下。这些关节是踝关节和髋关节运动伺服跟踪的对象。86 名受试者在不到 15 分钟的时间内就学会了平衡这台机器，大多数人只需两三分钟就学会了。虽然前面提到的步行卡车原则上可以使用纯静态技术操作，但驾驶员主动平衡的能力可能有助于其平稳运行。通用电气的两足机器人后来没有搭建成功。

主动平衡在腿足式运动中的重要性多年来得到了广泛认可，但是，由于人们认为这项任务非常困难，搭建基于主动平衡的机器人的物理样机方面受到阻碍。直到 20 世纪 70 年代末，主动平衡的腿足式系统的实验工作才开始进行。

加藤和他的同事们制造了一种两足机器人，这种两足机器人走路的步态类似于自然步态。这台机器有十个液压驱动的自由度和两个大脚板。通常情况下，这台机器处于静平衡状态，沿着预先计划好的轨迹移动，以保持重心在支撑域内。然而，在每一步中，机器都会暂时使自身失稳，使其向前倾，以便切换支撑腿。在每一步进行转移之前，落足点的位置应使机器被动地恢复平衡，而无需主动响应。采用倒立摆模型来规划倾翻运动。

1984 年，这台机器以准动步态行走，每分钟大约走 10 个 0.5 米长的步。动态切换支撑腿有一个重要的意义：腿足式机器人可以使用简单的控制系统实现复杂的动态行为。

三村和岛山由纪夫（1980、1984）建造了第一台真正实现主动平衡的步行机器人。他们的高跷两足机器人模仿了人类踩高跷行走。每只脚仅仅提供一个支撑点，机器有三个执行器：一个用于将腿侧向移动，另一个用于将腿前后分开。这给了机器一个明显的拖拉步态，就像卓别林的僵硬的膝盖走路。

高跷两足机器人的控制依赖于倒立摆模型。每次将一只脚放在地板上，它的落足点都是根据倒立摆的倾斜行为来选择的。实际上，这个问题被分解成两个钟摆，一个在俯仰平面，一个在滚动平面。沿每个方向的落足点的选择考虑了当前和期望的系统状态。为了进行必要的计算，控制系统使用计划腿运动的表描述和线性反馈。与加藤的机器在大多数时间处于静态平衡不同，高跷两足动物总是处于倾斜状态。

松冈制作了第一个奔跑机器人。奔跑的定义是指存在所有脚离开地面的飞行

相。他的目标是模拟人类的循环跳跃式奔跑。他建立了一个由一个身体和一条无质量腿组成的模型，并假设支撑阶段的持续时间比飞行阶段短，从而简化了问题。这种极端的运行方式，几乎整个周期都是在飞行中度过的，它最大限度地减少了在支撑期间倾翻的可能性。该模型允许松冈导出一个时间最优状态反馈控制器，该控制器可以为原地跳跃和低速平移提供稳定性。

为了测试他的控制方法，松冈建造了一台平面单腿跳跃机器人。这台机器在低重力下运转，靠着滚动的滚珠轴承，躺在与水平面成  $10^\circ$  角的桌子上。电磁铁在脚部提供了快速的推力，所以支撑时间很短。机器以大约 1 跳/秒的速度跳到位，在桌子上来回移动。

### 奔跑机器人简介

奔跑是一种特殊形式的腿足式运动，利用飞行相提高速度。为了研究奔跑，我和我的同事探索了各种各样的腿足式系统，并实现了一些物理样机。在这个过程中，我们已经确定了一些简单的思路来控制腿足式机器人的运动，并应用他们来演示机器运行和平衡性。这项工作的目的是提供一些基础知识，以方便理解腿足式运动，推动可实际应用的腿足式机器人发展。本节概述了这项关于奔跑的研究工作，并总结了主要的研究发现，详情见以下章节。

表 1.1 腿足式机器人技术的里程碑

| 时间   | 姓名                           | 主要贡献            |
|------|------------------------------|-----------------|
| 1850 | Chebyshev                    | 设计用于早期行走机构的连杆   |
| 1872 | Muybridge                    | 使用定格摄影来记录奔跑的动物  |
| 1893 | Rygg                         | 专利:人力机械马        |
| 1945 | Wallace                      | 专利:跳跃反作用轮提供稳定性  |
| 1961 | Space General                | 八足运动机械在室外地形中行走  |
| 1963 | Cannon, Higdon<br>& Schaefer | 控制系统平衡单、双、立杆倒立摆 |
| 1968 | Frank & McGhee               | 简单的数字逻辑控制步行的小马  |

---

|      |                     |   |
|------|---------------------|---|
| 1968 | Mosher              | 通用电气的四足卡车在人类司机的控制下爬上铁路  |
| 1969 | Bucyrus-Erie Co     | 大马斯基，一个 15000 吨的步行拖拽线是用于露天开采。可以在 900 英尺/小时的松软地形中移动 (Sitek 1976) |
| 1977 | Mc Ghee             | 数字计算机协调六足步行机的腿部运动   |
| 1977 | Gurfinkel           | 苏联的混合计算机控制六足步行机   |
| 1977 | McMahon<br>&Greene  | 人类在哈佛大学的调谐轨道上创造了新的速度记录。它的顺应性是根据人腿的力学来调整的                        |
| 1980 | Hirose &<br>Umetani | 四足机器人通过简单的传感器爬楼梯和越过障碍物，腿部机构简化了控制系统                              |
| 1980 | Kato                | 液压两足步行，具有准动态步态  |
| 1980 | Matsuoka            | 用一条腿跳跃时，身体上的机械装置保持平衡  |
| 1981 | Miura&Shimoyama     | 两足机器人在三维空间中主动平衡   |
| 1983 | Sutherland          | 载人六足动物。计算机、液压力学和人力共享计算任务  |
| 1983 | Odetics             | 自给式六角吊舱提升，移动皮卡车   |

---

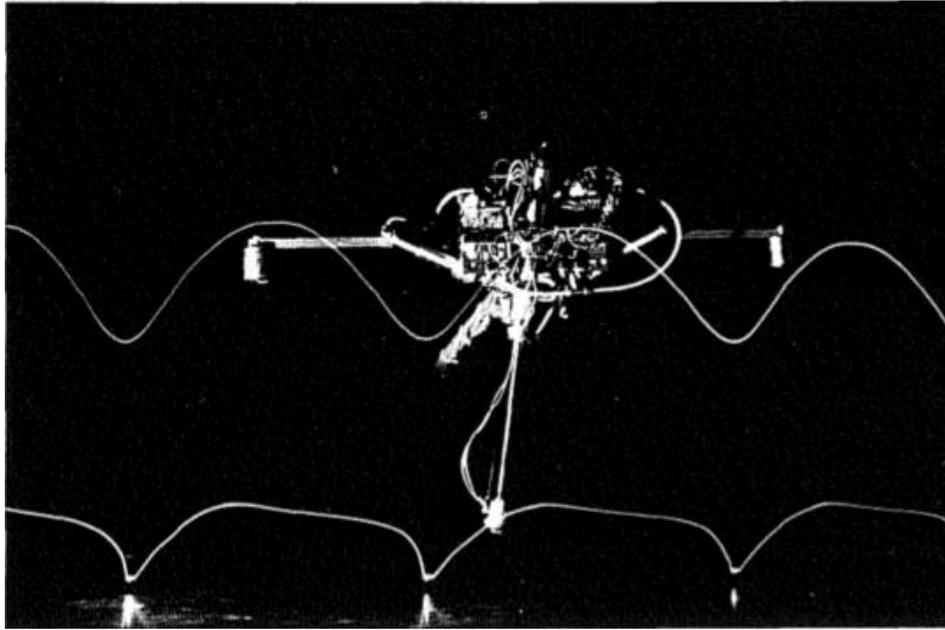


图 1.7 从右向左以大约每秒 0.8 米 (1.75 英里) 的速度移动的平面跳跃机器人。连接到机器上的光源形成的线条指示了脚和臀部的路径

为了研究最简单的跑步方式，我们制造了一台只有一条腿的跑步机器。它像袋鼠一样跳跃，用一连串的跳跃来奔跑。单腿跳跃机器人无需考虑多条腿的协调问题，反而对主动平衡控制提出了更高的要求。主动平衡和动力学是单腿机器的核心问题，而步态和协调问题不是关键的。多年来，步态轨迹一直主导着人们对腿部运动的思考，现在我们想知道步态是否重要。是否有独立于步态的步行和跑步算法，或对任何数量的腿都能正常工作的算法？也许只有一个步态的机器可以为这些问题提供答案。

研究单腿跳跃机器人时，所需要关注的只有两个部分：一个身体和一条腿。身体提供了承载机器运行所需的执行器和传感器的主要结构。腿可以伸缩，以改变长度，并具有沿伸缩轴的弹性。传感器测量身体的俯仰角度、臀部的角度、腿的长度、腿弹簧的张力以及与地面的接触。第一台机器人被限制在一个平面上运行，所以它只能上下、前后移动和在平面上旋转。一根脐带电缆用于连接机器和控制计算机。

这台机器的运行和跳跃是一样的。运行周期有两个阶段。在一个阶段，称为站姿或支撑相，腿支撑身体的重量，脚保持在地面上的固定位置。在支撑相，系统像倒立摆一样倾斜。在另一个称为飞行相的阶段，质心在抛物线上移动，腿没有负载，可以自由移动。

### 运行控制被分解为三个部分

我们惊讶地发现，一套简单的算法可以为这个平面单腿跳跃机提供控制。方

---

法是分别考虑跳跃运动、前进运动和身体姿态。这种分解形成了一个包含三个部分的控制系统：

- 跳跃。控制系统的一部分在调节机器跳跃高度的同时，激励了作为运行基础的循环跳跃运动。跳跃运动是由身体质量、腿的弹性和重力联合控制的振荡。在支撑过程中，身体在有弹性的腿上弹跳，在飞行过程中，系统沿抛物线飞行。在每个支撑期间，控制系统通过腿提供垂直推力来维持振荡并调节其振幅。每一跳所损耗的一些能量被前一跳的腿部弹簧所补充。
- 前进速度。单腿跳跃机器人控制系统的第二部分控制单腿跳跃机器人的前进速度和加速度。这是通过在飞行相移动腿到一个合适的落脚点来实现的。在着陆时，脚相对于身体的位置对随后的支撑期间的行为有很大的影响。根据控制系统对落脚点的选取，机器人在支撑相将加速或者减速运动。为了计算出合适的落脚点，控制系统考虑了实际的前进速度、期望速度和腿系统动力学，并构建了一个简单的模型。该算法能够合理的改变前进速度，比如，机器在适当的位置跳跃，加速到运行，以恒定的速度运行，并减慢到稳定的跳跃时。
- 姿态控制。控制系统的第三部分用于稳定机身的俯仰角，使机身保持直立。身体和腿在髋关节施加的力矩提供了机身扭转的加速度，前提是脚和地面之间有较强的摩擦力。在支撑相，由于腿要支撑身体，因而腿和地面之间有较强的压力，能保证一定程度上不打滑。在每一个支撑期间，髋关节执行器上都有一个线性伺服系统，以使身体恢复直立姿势。

将奔跑分解为上下弹跳运动、前进速度和身体姿势的控制是一个重要的简化。将控制划分为这三个部分，使奔跑控制变得更容易理解，并组合成一个相当简单的控制系统。在不针对性能而优化的情况下，系统每一部分的控制都很简单。各个控制算法的细节反而没有分解提供的框架重要。

采用三段式控制系统，平面单腿机器人可以做到跳跃到固定位置、以规定速度前进、受到干扰时保持平衡、跳过小障碍物等等。最高运行速度约为 1.2 米/秒（2.6 英里/小时）。三段式分解框架不局限于单腿跳跃机器人，该方法可推广用于控制三维单腿机器人、平面双腿机器人和四足机器人。

### 三维空间运动

上述的单腿机器人被一系列机械结构限制在一个平面上运动，但是，有使用价值的机器，必须能够在三维空间中运行。平面跳跃的控制算法是否可以推广到三维跳跃？回答这个问题的关键是，认识到尽管动物是三维系统，但动物的运动主要是平面活动。袋鼠在跑步机上跳跃的录像证明了这一说法：可以观察到，腿

部大角度前后扫荡，尾部与腿部反摆动扫荡，身体上下弹跳。这些运动都发生在矢状面上，很少或根本没有垂直于矢状面的运动。

Sesh Murthy 认识到，所有这些活动发生的平面通常可以由前进速度矢量和重力矢量来定义。他称之为运动平面 (Murthy 1983)。对于没有首先进方向的腿足式系统，运动平面可能因步幅而异，但定义方式相同。我们发现，三段式控制系统在运动平面内仍然有效。

然而，我们还发现，控制剩余的自由度所需的机构可以以符合原始三段式的形式进行设计。例如，用落足点来控制前进速度的算法变成了矢量计算。落足点在运动平面内的自由度可以控制机器人前进速度，而与之垂直的自由度可以控制转向。机身姿态的控制算法也可以类似扩展。其最终结果是从平面情况扩展到三维三段式控制系统，并没有太多概念上的复杂性。

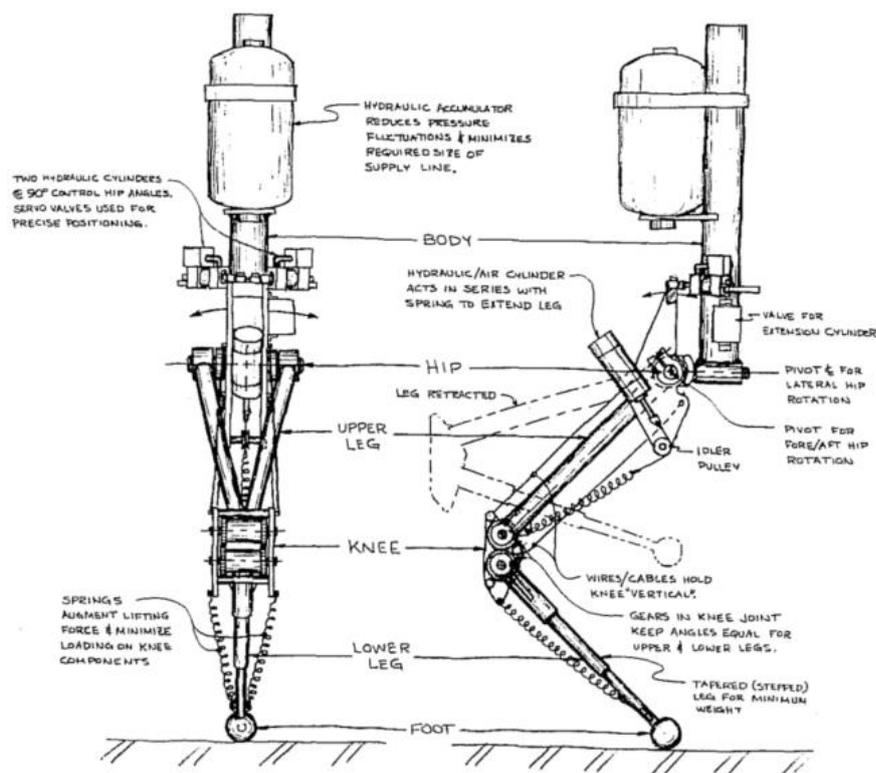


图 1.8 我和本·布朗对单腿机器人的早期概念，这台机器可以在三维空间中工作。这个版本从未实现过

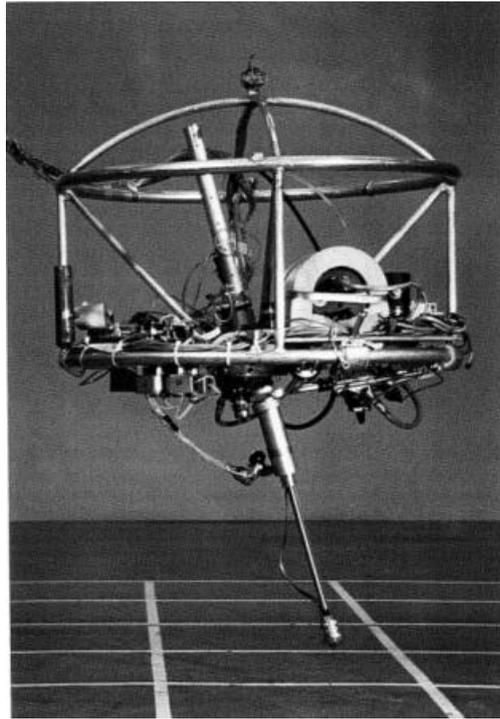


图 1.9 用于实验的三维跳跃机。控制系统可以调节跳跃高度、前进速度和身体姿势。最高记录的运行速度约为 2.2 米/秒（4.8 英里/小时）

为了研究这些想法，我们构建了第二个单腿跳跃机器人，如图 1.9 所示。它在臀部有一个额外的关节，使腿可以前后左右移动，而且机器没有外部的机械支撑。除此之外，它与前面描述的平面跳跃机器人相似。在操作中，这台机器在实验室中的最高速度达 2.2 米/秒 (4.8mph)，可以沿着简单的路径跳跃，同时使自身保持平衡。

### 多腿机器人的奔跑运动

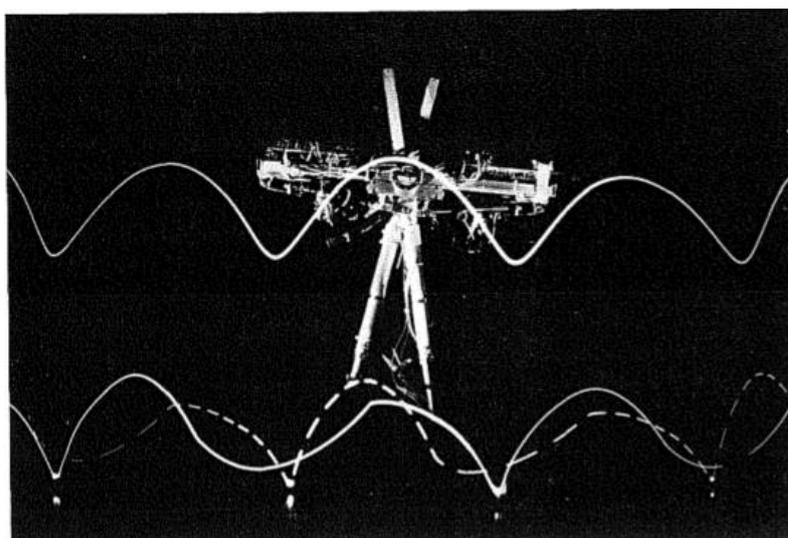
对单腿机器人的研究并不仅仅是出于对单腿机器人的兴趣。尽管这种机器人在某些领域可能有一定优势，但我们的主要目的还是在简化的机器上研究主动平衡与动力学。原则上，从单腿机器人上得出的结论，对任意数量的腿都有参考价值。

如果成果得实现了单腿跳跃机器人的控制，我们能根据研究得得到的知识和经验来控制多腿机器人吗？我们对这个问题的研究分两步进行。对于像人一样奔跑的两足机器人，支持相和飞行相周期交替，单腿控制算法直接应用。由于双腿交替使用，一次只能有一条腿活动：一次只能有一条腿放在地上，一次只能有一条腿在地上推，一次只能有一条腿在身体上施加扭矩。我们称这种跑步为单腿步态。假设另一条腿的行为不受干扰，则用于跳跃、向前移动和姿势的一条腿算法可分别用于控制两条腿。当然，为了使这一点可行，需要记录一些状态，以标记

---

哪些腿应用哪些算法，并防止腿之间互相干涉。

Jessica Hodgins 和 Jeff Koechling 通过使用单腿算法来控制平面两足动物的每条腿，证明了这种方法的有效性。如图 1.10 所示，机器的运行速度为 4.3m/s (9.5mph)。正如人们可能猜到的那样，两足动物也可以单腿跳跃，在步态之间来回切换。我们发现，扩展单腿机器人算法到双足机器人上非常简单。



**图 1.10** 这种平面两足机器人可以像人类一样用双腿走路，也可以用跳跃的步态走路，还可以在步态之间来回切换。正常跑步时两腿反向摆动。最高运行速度为 4.3 米/秒(9.5 英里/小时)。该控制是基于单腿跳跃机器人的三通道解耦控制的推广。在单腿跳跃时，多余的那条腿就像一条尾巴，与活动的那条腿不协调地摆动。

原则上，这种方法可以用来控制任意数量的腿足式机器人，只要一次只利用一条腿。不幸的是，如果有好几条腿，这通常是不可行的。然而，假设一个控制器同时协调共享支撑的支腿，使它们的作用效果像一个单独的等效支腿，萨瑟兰（1983）称之为虚拟支腿。进一步，假设一次有多个支腿提供支撑，但所有支腿都被协调起来充当虚拟支腿。这样就可以将多足步态映射到两足机器人单足步态中。例如，小跑四足机器人映射成一个以单脚步态运行的虚拟两足机器人。

我们认为小跑四足机器人就像两足机器人，两足机器人就像一个单腿机器人，对单腿机器人的控制是一个已经解决的问题。四足机器人的控制系统可以由一个伺服系统、一个由三部分组成的控制系统和一个状态标记系统构成。伺服系统协调每对腿，使之像一个虚拟腿一样工作。图 1.11 是一个四足机器人的照片，它正是用这种控制系统运行的。

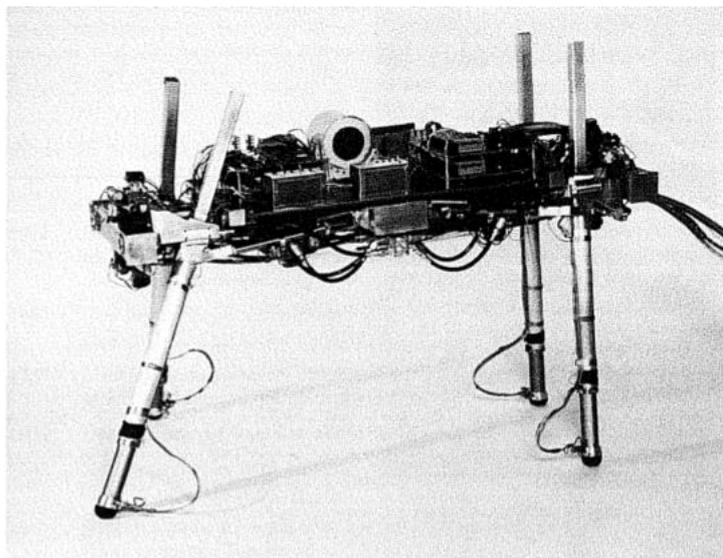


图 1.11 通过小跑来运行的四足机器人。虚拟腿被用来将四足机器人映射成两足机器人，而后者又由单腿算法控制

### 机器人和动物的对称性

为了以恒定的前进速度跑，在一个跨步中前进加速度必须积分为零。为了满足这一要求，可以使加速度满足奇函数性质，对于奇函数，在对称的区间上积分为 0。这种对称性被用来控制之前描述的四台机器人的前进速度。这是在每一步为脚选择一个合适的落脚点实现的。原则上，这种对称性可以用来简化任何腿数和各种步态的足式系统中的运动。

腿足式机器人上的对称性能帮助我们理解动物的奔跑行为吗？为了找出答案，我们研究了动物和人类的影像资料。特别地，我们观察了一只猫在跑步机上奔跑，一个人在跑道上奔跑。数据与预测的奇偶对称性符合得很好。在某些情况下，数据是非常对称的。

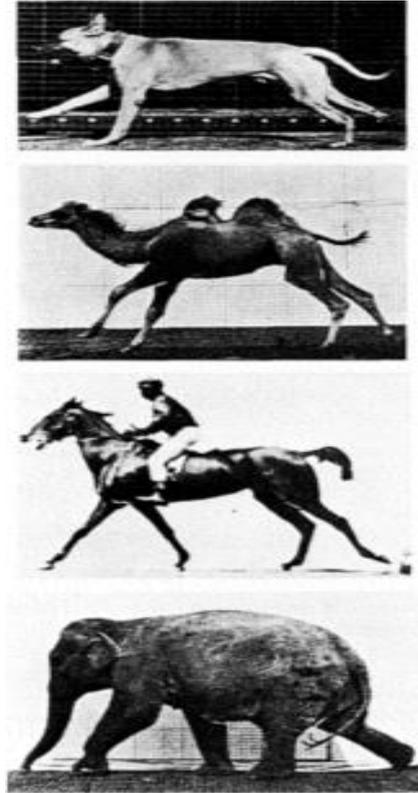


图 1.12 动物运动中的对称性。在几个步态的站姿阶段的中途，动物以对称的形态出现：奔跑（顶部）、溜蹄（第二个）、慢跑（第三个）和爬行（底部）。在每种情况下，身体处于最低高度，支撑中心位于重心下方，最后一条腿刚刚被抬起，最前面的一条腿即将落地。

| 事件   | 事件   |
|------|--|
| 1982 | 平面单腿机器人在原地跳跃，以高达 1.2 m/s (2.6 mph) 的预设速度行驶，可承受外部机械干扰，并跳过小障碍物 |
| 1983 | 单脚跳机器人在开阔的地面上运行，在三维空间内保持平衡。最高速度约为 2.2 米/秒 (4.5 英里/小时)。       |
| 1983 | Murphy 发现了模拟四足动物模型中被动稳定的跳跃步态 (Murphy 1984)。                  |
| 1984 | 发现猫和人像机器人一样具有对称性   |
| 1984 | 四足机器人以对角小跑步态奔跑，证明了虚拟腿可以使用单腿控制算法                              |
| 1985 | 平面两足动物以单足和两足步态奔跑，并能在跑步时改变步态。最高速度为 4.3 米/秒 (9.5mph)           |

## 总结

下面是对这篇关于机器人的介绍和以下章节的简要总结 (表 1.2):

---

本文工作的主要目的是研究腿足式机器人动力学和主动平衡控制，进而搭建腿足式机器人，并且理解动物的奔跑机理。

平面单足机器人可以使用不同的跳跃频率、前进速度和姿态控制算法来实现主动平衡。

在三维空间中为跳跃提供控制和平衡并不比在二维中困难多少——三通道解耦控制仍然适用。

单腿控制算法对两足机器人奔跑仍然有效，只需要记录一些额外的状态。

如果控制系统有协调双腿的机制，那么四足机器人对角小跑就可以像两足机器人跑步一样实现。

对称性对于简化腿足式机器人的控制很重要，对于动物的运动也很重要。

在结束这个介绍性的章节之前有一个警告：尽管我们的目标是搭建一种适应性更强的交通工具，但腿足式机器人还没有从实验室走向野外来证明自己。一些研究人员正积极地朝着这个目标努力，但本书中的研究报告在一定程度上避免了对复杂地形的处理。尽管我们希望能够实现在崎岖地形的运动，但本文中所进行的运动处理都是在平坦的实验室环境下完成。

### 扩展阅读

为了获得更广泛的背景知识，了解更多有关腿足式运动的问题和进展，建议阅读以下附加资料：Gabrielli 和 VonKarmen (1950) 是关于车辆移动基本能量学的经典论文。Hirose (1984) 对同一主题进行了后续研究。Bekker (1969) 非常详细地讨论了崎岖地形中车辆移动的一般问题。包含了对土壤力学的处理，一个经常被忽视但重要的部分的研究。要了解更多关于腿型机器人的最新研究，请参阅 Raibert (1984b) 编辑的专刊。麻省理工学院出版社提供的这期特刊的配套录像带中可以看到来自日本和美国的几台腿足式机器人。有关步行机的发展史，请参见 Liston (1970)。要了解腿部机器的大量理论工作，请从 McGee (1968)、McGee 和 Frank (1968) 以及 Vukobratovic 和 Stepaneko (1972) 开始。Hemami 和 Golliday (1977) 考虑了与腿运动相关的控制理论问题。Margaria (1976) 和 McMahon (1984) 介绍了动物运动的生物力学，Alexander 和 Goldspink (1977) 以及 Hoyt 和 Taylor (1981) 提供了许多有趣的细节。关于动物如何在跑步中使用弹性储存的研究：道森和泰勒 (1973 年)、卡瓦尼亚、海格朗德和泰勒 (1977 年)、麦克马洪和格林 (1978 年)。希尔德布兰德 (1960) 和皮尔森 (1976) 提供了动物运动的一般介绍。有关涵盖无脊椎动物和脊椎动物运动对比与共性的介绍，请参见 Herman 等人。(1976 年)。有关神经生理学研究的优秀综述有 Grillner (1975) 和 Wetzell 和 Stuart (1976)。这两个报告都是由 Grillner 等人收集的。最新报告。(1985 年)。要了解更多关于机器人学和生物学如何有效互动的信息，

---

请参见 Hildreth 和 Hollerbach (1985) 和 Marr (1976) 的精彩讨论。

---

## 第 2 章 平面跳行单腿

奔跑运动就像一个球做弹跳运动 (Margaria 1976)。球在重力加速度的作用下掉落,直到与地面产生弹性碰撞,方向反转,使球向上运动以再次受到重力的作用。在碰撞过程中,球首先形变吸收动能,然后在恢复时释放动能。转换过程损耗了一部分能量。整个弹跳过程会在腾空阶段和弹性碰撞之间交替,直到球的能量完全消散为止。

奔跑时,身体会沿轨迹下落,直到脚落在地面上。然后,腿部发生弹性变形,吸收身体的动能,不久后它们又将能量返回,为下一步提供动力。尽管球的被动弹跳模型最终会停下来,但足式机器人系统可以通过维持腿部执行器不停地摆动补充失去的能量。Margaria 使用奔跑的弹跳球模型来区分跑步和步行,他指出,用鸡蛋的滚动可以更好地模拟跑步 (Margaria 1976)。

弹性存储和能量回收对于袋鼠的跳跃效率特别重要 (Dawson 和 Taylor, 1973),它也有助于包括人类在内其他动物实现高效地奔跑 (Cavagna 等, 1977; Alexander 和 Jayes, 1978)。可能比弹跳效率更重要的是弹跳可以使运动周期的控制变得简单。跳行运动可以依靠被动弹跳振动来生成详细的运动模式,控制系统则可以激发振动并调节其振幅。

运动系统除了像球一样弹跳外,还像倒立摆一样倾斜。倒立摆有一个在随着支撑点改变的质心。当质心直接位于支撑点上方时,没有倾覆力矩,因此系统处于平衡状态。但是,质心在支撑点正上方的任何小位移都会产生倾覆力矩,从而使倒立摆进一步远离平衡状态。平衡点不稳定。控制系统可以通过响应倾覆运动趋势来回移动支撑点来为倒立摆提供平衡。实际上,平衡的倒立摆始终处于倾斜状态,但是控制系统通过确保一个方向上的每个倾覆运动都被另一方向上的相等且相反的倾覆运动所平衡,从而使其不完全倾覆。

腿足式机器人系统也是如此。当双脚不在身体正下方时,它们会出现不稳定的平衡,并通过响应倾覆运动趋势而移动双脚来达到平衡。不幸的是,有多种因素使足式机器人系统的调节过程变得复杂。例如,腿在身体上工作时通常会改变长度,因此质心与支撑点之间的距离会发生变化。而且,腿通常有面积较大的脚掌,这会导致倾斜期间的瞬时支撑点移动。最重要的是,一个运行的系统只有在腾空阶段腿部卸载时才能移动枢轴点。尽管存在这些复杂性,但倒立摆的概念以及我们对其行为的了解大大简化了关于奔跑平衡的思考。

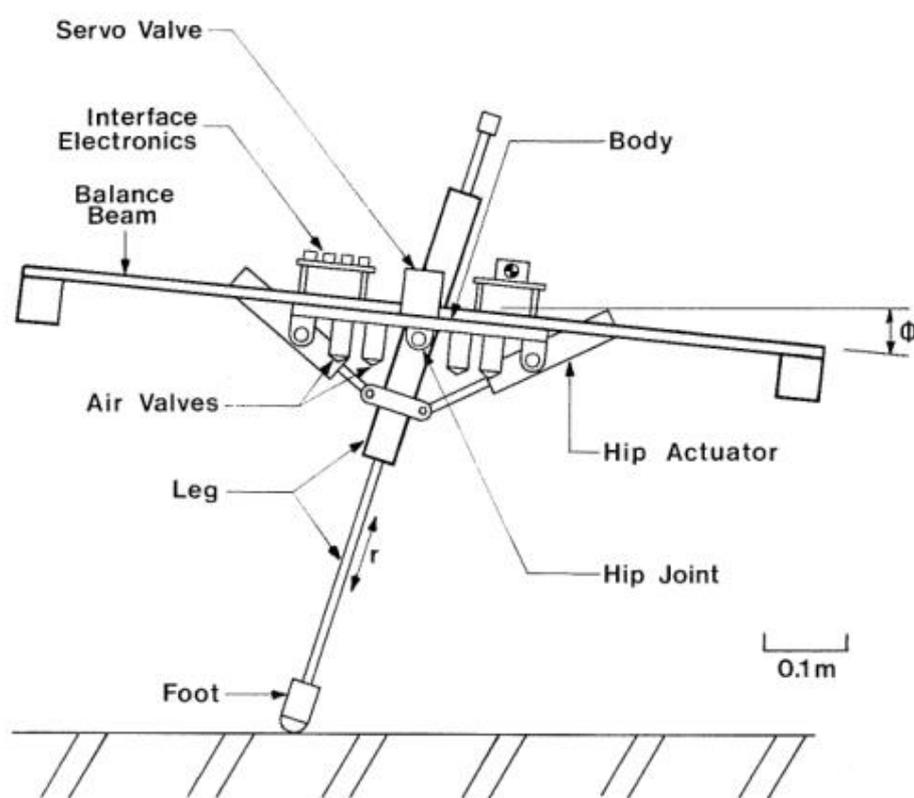
在本章中,我描述了一种通过单腿跳行运动的机器人。它可以像球一样弹跳,像一个倒立摆倾斜,从而使其成为研究运动机理的理想工具。只用一条腿就不需要协调多条腿,因此避免了多腿协调这个难题,总之主动平衡是最重要的。

我的研究小组研究了奔跑运动控制系统,将控制任务分解为三个独立的部分,

分别控制跳跃，前进和姿态。这种由三部分组成的控制系统允许单腿机器人跳到适当的位置，以所需的速度运行，从一个地方移动到另一个地方，在受到机械干扰时保持其平衡，并越过小障碍物。最高运行速度为  $1.2 \text{ m/s}$  ( $2.6 \text{ mph}$ )。第一台跳跃机器人只能在平面上移动，但是下一章将考虑三维版本。

### 平面跳行的单腿机器人结构

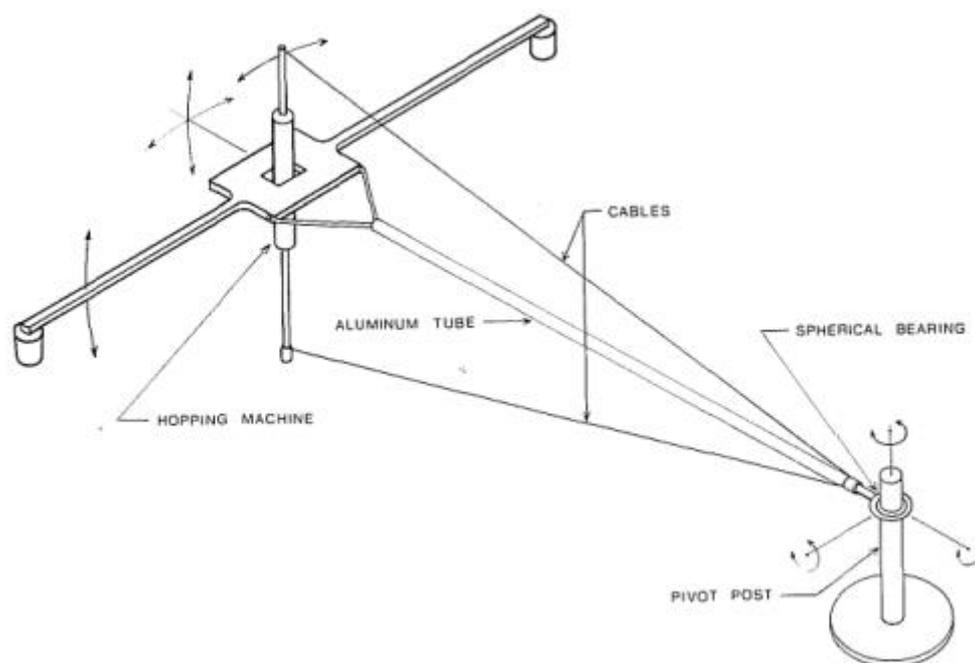
图表 1 展示了我们用来研究奔跑的机器。它由主体和腿部组成，通过铰链式髋关节相连。它只有一条腿，因此跳行是唯一可以使用的步态。腿有弹性，使其可以产生共振来跳跃。该主体由一个平台组成，该平台承载传感器，电磁阀，执行器和计算机接口电子设备。



**图 2.1** 平面单腿跳跃机器人。它有两个主要部分：主体和腿。主体为阀、电子设备和传感器提供安装，并具有加重梁以增加惯性矩。腿部是一个相对于身体转动的气缸，一端带有软垫脚。机器由压缩空气驱动。四个开关电磁阀控制进/出支腿气缸的气流。他们可以将空气滞留在腿部气缸中，使其起到弹簧的作用。一对气动执行元件在腿部和身体之间施加扭矩。这些执行器由比例压力控制伺服阀提供动力。安装在机器上的传感器可测量腿的长度、髋关节的角度、脚与地面之间的接触以及腿部气压缸中的压力。

通过将机器人的运动限制在平面上，简化了它的动作。图 2.1 中所示的系链

机构 (tether mechanism) 仅以三个自由度约束机器人运动；它可以前后移动、上下移动，也可以绕俯仰轴旋转。系链防止机器人横向平移、侧倾旋转和偏航旋转。机器人会在以系链轴为中心的大球体表面上移动。在较早的实验中，该机器受到空气轴承的约束，使其漂浮在倾斜的工作台上，从而使其运动真正成为平面。但是，当机器开始高速运转时，它很快就移动了整个平台的长度，并运动到了末端。系链允许机器人在半径为 2.5m 的圆形路径上运动。从平面操作转换为球形操作无需更改控制。



**图 2.2** 系链机构将跳跃机器人的运动限制为 3 个自由度，使得跳跃机可以在实验室中作大圆周运动。该机构包括一个铝管，一个固定在地板上的弹簧枢轴，一个固定在跳跃机上的叉枢轴和拉索。这种布置使机器保持在固定的球形枢轴 2.5m 处，使它径向和偏航保持稳定。一对尼龙电缆可以防止绕滚动轴运动。随着腿的长度变化，钢索也使脚与球形枢轴的距离几乎保持恒定，从而最大限度地减少径向摩擦。系绳装置用于测量机器的三种运动：上下平移、前后平移以及俯仰旋转运动。

安装在系链轴上的传感器可测量机器人在圆周上的前向位置和车身的俯仰角。系链还包含一条连接机器人与气泵、电源和控制计算机的控制电缆。

身体和腿部通过髌关节的铰链连接。比例气压控制阀驱动一对气缸，该气缸在髌关节上施加扭矩。电位计测量身体和腿部之间的角度，髌关节角度  $\gamma$ 。控制计算机通过简单的线性伺服来控制髌关节角度：

$$\tau = -k_p(\gamma - \gamma_d) - k_v(\dot{\gamma}), \quad (2.1)$$

---

其中

$\tau$ 是在髋关节产生的驱动扭矩

$\gamma$ 是髋关节角度

$\gamma_d$ 是所需的髋关节角度

$k_p, k_v$ 是位置和速度反馈增益。参考值为

$$k_p = 47N \cdot m / rad, k_v = 1.26N \cdot m / (rad / s)。$$

整个 40° 摆腿运动大约需要 120 毫秒，伺服频率为 500 赫兹。身体的转动惯量与腿的转动惯量之比为 14:1。该相对较高的比率确保了腿部在腾空 (flight) 阶段自身姿态 (orientation) 能够被改变。身体的质心位于臀部，因此作用在身体上的唯一力矩是髋关节执行器产生的力矩。表 2.1 给出了机器的尺寸和参数。

### 腿部

腿部由一个双作用气缸组成，该气缸的底端装有一个带衬垫的脚。脚很窄，满载时大约 20 毫米宽，可以很好地近似看作支撑点。在我们的实验室中，脚与地板之间的摩擦系数约为 0.6，因此不会有很多滑动。脚上有一个行程开关，只要它碰到地板，便会闭合。航空电线，滑轮和电位计组成的 Rube Goldberg 装置提供了腿长  $r$ （从臀部到足端的距离）的测量。

四个电磁阀控制压缩空气向腿部气缸的流动（图 2.3）。阀门通过限流孔将腿部气缸的每个腔室连接到大气压，或者将其连接到 90 psi 的调节气源。传感器监控两个腔室中的气压。将压缩空气输送到气缸顶腔，推动活塞和连杆向下运动，为弹跳提供垂直推力。

在两个电磁阀均关闭的情况下，通过将空气储存在腿部气缸的上腔中来使腿部具有弹性。可以通过以下方式调节腔室内的气压：将其充入高于所需值的压力，然后通过节流孔将气体排出，直到达到所需压力，然后关闭排气阀。电磁阀工作大约 10 毫秒，从而将压力调节到大约 1 psi。当腿在负载时变短，滞留的空气会压缩，就像  $1/r$  弹簧一样。弹簧的有效刚度由腔室内的静压力决定。

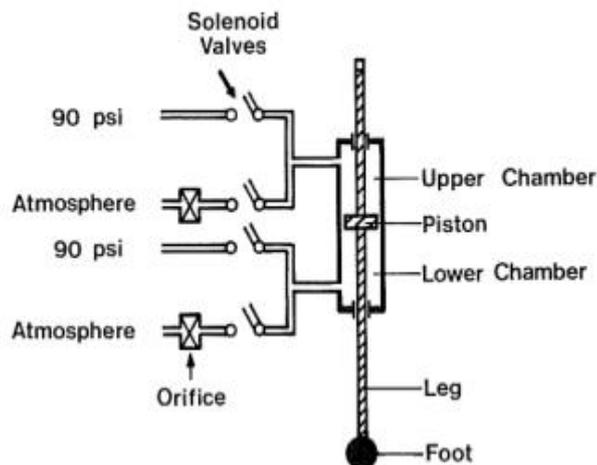


图 2.3 腿部驱动器是气缸。电磁阀控制流向气缸两个腔室的空气。当通向一个腔室的两个阀都关闭时，滞留的空气会使支腿有弹性。压力传感器（未显示）测量两个腔室中的气压。

### 机械的操作过程

如果要开始跳跃，必须由人将整个装置在一个较低的高度放置，使腿伸出。然后控制系统接管，开始通过控制电磁阀（控制进入气缸的气体）维持跳跃运动。在每种姿势期间，控制系统通过打开给腿部气缸上腔室供气的电磁阀来施加推力。该阀的工作持续时间决定推力的大小。一旦脚离开地面，控制系统就会将腿部气缸的上腔排空，直到达到指定的压力（通常为 15 psi）为止。在站立时增大压力，在腾空时减小压力，可以形成由腿部和身体构成的弹簧-质量/重力-质量振荡系统。身体振荡的峰峰值幅度可以在 0.04 至 0.3 m 之间变化，相应的跳跃频率为每秒 3 至 1.5 跳。在此频率范围内，站立持续时间几乎恒定在 175 毫秒左右，变化仅有几个百分点。

表 2.1 平面单腿跳跃机器人的物理参数

| 参数     | 公制单位   | 英制单位   |
|--------|--------|--------|
| 总高     | 0.69m  | 27.3in |
| 总宽     | 0.97m  | 38.0in |
| 髋关节高度  | 0.5m   | 19.5in |
| 总质量    | 8.6kg  | 191bm  |
| 无弹簧腿质量 | 0.45kg | 1.01bm |

|                              |                          |                           |
|------------------------------|--------------------------|---------------------------|
| <u>身体质量</u><br>无弹簧腿质量        | 18:1                     | 18:1                      |
| 身体惯性矩                        | 0.52kg · m <sup>2</sup>  | 1770lbm · in <sup>2</sup> |
| 腿部惯性矩                        | 0.037kg · m <sup>2</sup> | 125lbm · in <sup>2</sup>  |
| <u>身体惯性矩</u><br><u>腿部惯性矩</u> | 14:1                     | 14:1                      |
| <b>腿部轴向运动</b>                |                          |                           |
| 行程                           | 0.25m                    | 10.0in                    |
| 静态力                          | 360N@620kPa              | 80lb@90psi                |
| <b>腿部摆动运动</b>                |                          |                           |
| 摆动角度                         | ±0.33rad                 | ±19°                      |
| 静转矩                          | 37N · m@620kPa           | 240lb · in@90psi          |

在跳跃运动周期中，非弹性部分的加速度消耗了一部分跳跃能量。非弹性部分的质量为 $m_l$ ，其余质量为 $m$ 。根据线性动量守恒，我们发现，每当脚撞击地面和每一次脚离开地面时， $m_l / (m_l + m)$ 的跳跃能量就会丢失。假定脚与地面之间的碰撞以及活塞与腿部液压缸的碰撞是塑性的，恢复系数为零。平面单腿跳跃机器人的总质量与非弹性部分之比为 18: 1，因此每个跳跃周期的能量损失为 11%。其他损失归因于腿部气缸的摩擦。在理想的测试条件下，每次回弹时，摩擦会损耗约 25%的跳跃能量。

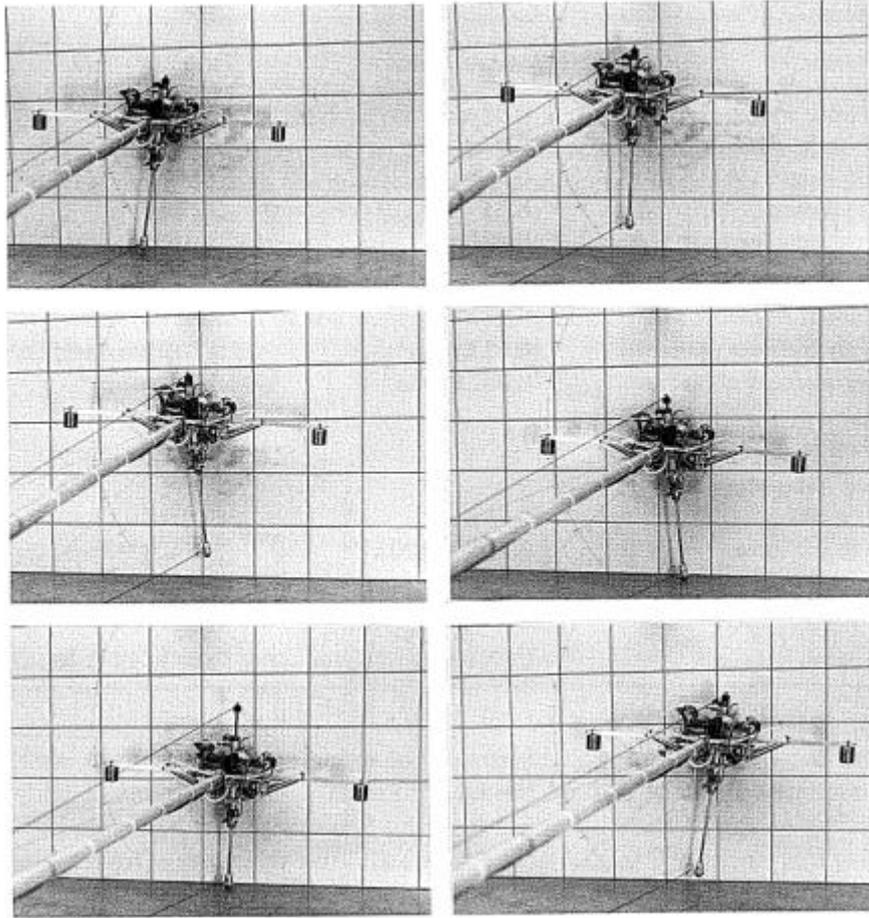


图 2.4 以 0.75 m/s 的速度跳一整步。步幅为 0.45 m，步幅周期为 0.68 s。背景网格间距为 0.2 m。相邻帧之间相隔 100 毫秒。摘自 Raibert and Brown (1984)。

图 2.4 展示了机器人跳行时的一般过程。腿部执行器驱动垂直弹跳运动。在腾空过程中，控制系统根据前进速度向前伸展腿——速度越快，腿就向前伸展得越远。控制系统在机器人站立阶段还可以操纵髋关节，以保持身体直立。在此跳跃周期中，为了方便研究，定义四个名词以命名跳行循环的四个时刻：

离地 (Lift-off)。脚失去与地面的接触的那一刻。

最高点 (Top)。身体处于最高高度和从上到下垂直运动的腾空时刻。

触地 (Touchdown)。脚接触地面的那一刻。

最低点 (Bottom)。站立时身体处于最低高度且垂直速度方向从下变化为上的时刻。

### 运动控制分解三部分

本文研究的平面单腿机器人控制系统将跳跃、前进速度和身体姿态作为三个独立的控制问题。控制的第一部分通过调整腿部推力，激励跳行运动并调整振幅。控制的第二部分在站立姿态时，通过将腿前伸到某一特定位置以提供加速度，稳

定前行速度。控制的第三部分通过对髋关节（hip）的伺服控制，使身体在站立时保持直立状态。控制系统的这三个部分的控制工作由一个有限状态机（Finite state machine）进行控制。这样，单腿的运动控制就变成了一个弱耦合问题。

### 跳行高度的控制

为了使足式机器人系统能够运作并向前移动，每条腿必须花一些时间来支撑身体的重量，同时也要花一些时间来卸载，让脚自由活动。在所有足式机器人系统的腿部都可以观察到加载阶段和卸载阶段之间的交替。对于单腿机器人，加载阶段是弹性碰撞，而卸载阶段是弹性腾空，就像前面提到的弹跳球一样。整个跳行动作主要是一种被动的振荡，运动参数取决于腿的弹性、身体的质量以及重力。

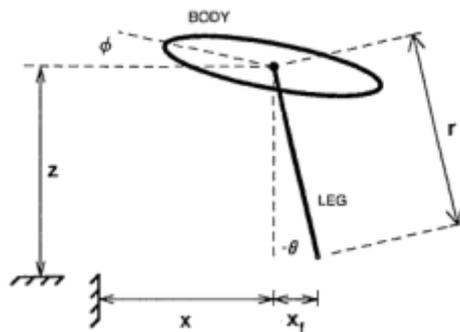


图 2.5 平面单腿机器人控制变量示意图

控制系统依靠这种被动的机械振动来确定基本跳行运动的形式，而在每次跳跃过程中传递到身体的腿部推力则确定振幅。理论上，控制系统可以通过比较达到理想跳跃高度所需的能量与实际能量，从而计算出推力的大小，用腿的推力弥补差额。这样的计算可以考虑身体的动能，腿弹簧的弹性势能以及预期的能量损失。这种方法对于计算机仿真研究的跳行模型控制非常有效（参见第 6 章），但是这里使用了一种更简单的方法。

跳行机器人的控制系统在每个姿态阶段都提供一个固定的推力。这会导致弹跳运动在一个跳跃高度处达到平衡，在该跳跃高度，推力注入的能量等于摩擦和加速无弹簧腿质量损失的能量。由于这些机械损耗是随跳跃高度单调变化的，因此对于每个固定推力值都存在唯一的平衡跳跃高度，并且更大的推力会导致更高的高度。推力和跳跃高度之间的关系并不简单。操作员的任务是为推力选择一个固定值，以在一组实验中得到一个可接受的跳跃高度。

图表绘出了从实际单腿机器人记录的跳行数据。每 5 秒钟在机器跳行到位时给定一个新的推力。每次更改设定值时，机器需要四到五跳才能使跳变幅度稳定下来。来自四个标准跳行周期的数据以图 2.7 中的相位图的形式重新绘制。四种

轨迹在该图中完全重合，说明跳行运动是稳定的。曲线离地后的轻微凹陷是由于腿被加速到身体速度时身体突然减速造成的。当腿部离地后，系统受重力，轨迹为抛物线；腿部触地后，是弹簧-质量系统，相位曲线近似简谐（harmonic）运动。由于腿部弹簧不是线性的-它具有  $1/r$  特性（使其成为硬弹簧）-与谐波特性略有偏差。

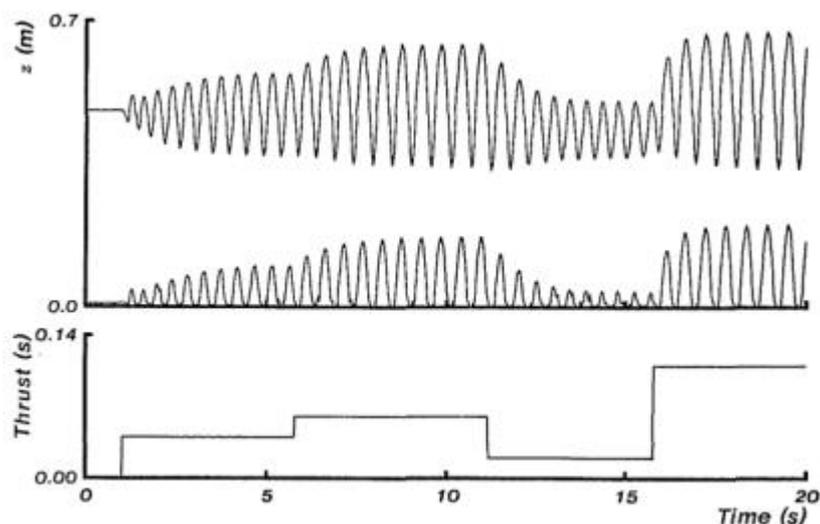


图 2.6 机器跳到适当位置时记录的数据。每持续 5 秒钟调整一次垂直推力，更改跳跃高度。在每种情况下，大约需要 2 秒、四个周期才能达到平衡。（上曲线）髌关节高度， $z$ ；（中曲线）脚的高度， $z - z_f$ ；（下曲线）推力的持续时间。摘自 Raibert 和 Brown（1984）。

### 状态机对跳行循环的跟踪

跳行运动的一个重要功能是提供一个与控制同步的有规律的活动周期，使控制同步。当传感器数据显示关键数值产生时，状态机通过切换状态来跟踪跳行运动。每个阶段都将会有一组新的控制操作生效。例如，当腿部长度的导数从负变为正（ $\dot{r} > 0$ ）时，状态机从收缩（COMPRESSION）切换到伸展（THRUST）。采取的动作是开始伸腿并控制身体姿势。图 2.8 显示了用于单腿跳跃的活动周期，表 2.2 提供了一些其他详细信息。

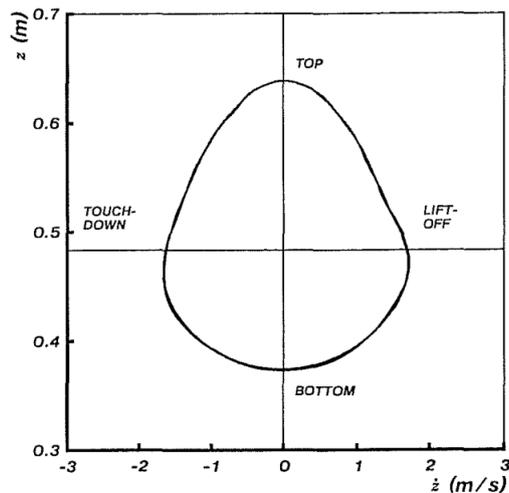


图 2.7 垂直跳行的相位图。在相位平面上重新绘制了固定高度的四个水平跳行周期。曲线在离地，最高点，触地和最低点都穿过轴线。注意。与普通相位图不同，位置在纵坐标上，速度在横坐标上，因此时间沿逆时针方向前进。摘自 Raibert 和 Brown (1984)。

### 前行速度控制

机器人足端在腾空结束后触地的位置直接影响了后续站立状态下的加速度。就像倒立摆底端相对于质心的位置决定了倾覆力矩 (tipping moments) 一样。此外，身体的前行速度、垂直速度和腿部轴向力也会影响加速度。

控制系统通过在每次着陆前为足部选择一个适当前进的位置来操纵控制加速度，进而控制前进的速度。由于腿与身体相连，所以控制系统可以在腾空过程中或者着陆时，随时确定脚部与身体的相对位置。一旦足端到位并开始站立过程，控制系统就不再采取进一步的行动——由身体、腿和地面组成的机械系统动力学决定接下来的运动。在很多情况下，净前行加速度，也就是触地时与离地时的速度之差  $\Delta \dot{x} = \dot{x}_{lo} - \dot{x}_{td}$  是一个关于足端触地时前伸位置的线性函数。净前行加速度是一个单一的数字，它是关于整个站立阶段的加速度之和。单位为 m/s/hop。而在腾空阶段，前行加速度近似为 0，因此通过站立阶段的加速度就可以控制速度了。

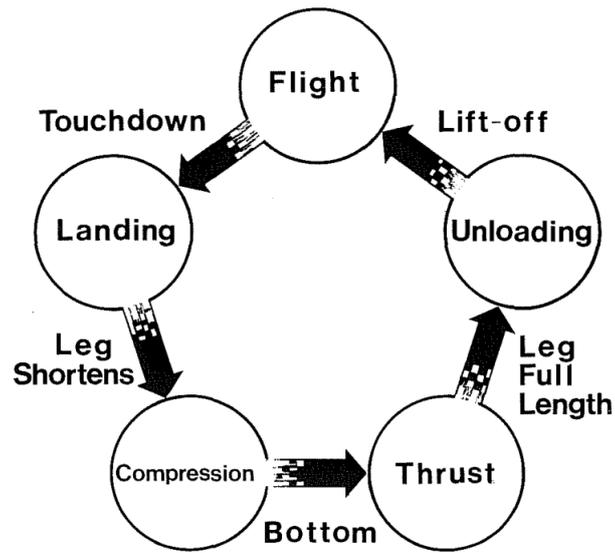


图 2.8 状态机跟踪跳行运动以同步控制系统的三个部分。传感器信息触发运动阶段之间的转换，每个阶段指定控制系统应执行的操作。

表 2.2 跳行周期的状态机顺序的详细信息。当中心列中的事件发生时，将进入左侧中显示的阶段。右侧显示了要执行的控制操作。在正常跳行期间，阶段按顺序执行。如文本中所述，“加载”和“卸载”状态有助于将站立和腾空阶段分开。

| 阶段   | 触发事件     | 动作                                 |
|------|----------|------------------------------------|
| 1 加载 | 足端触地     | 停止排出腿部的气压<br>零髌关节扭矩                |
| 2 收缩 | 腿部缩短     | 腿部上腔室密封<br>用髌关节调整身体姿态              |
| 3 伸展 | 腿部变长     | 腿部增加压力<br>用髌关节调整身体姿态               |
| 4 卸载 | 腿部接近最大长度 | 停止伸展<br>零髌关节扭矩                     |
| 5 腾空 | 足端没有接触地面 | 将腿部气压排放至低压<br>将足端调整至适当的位置<br>以便于着陆 |

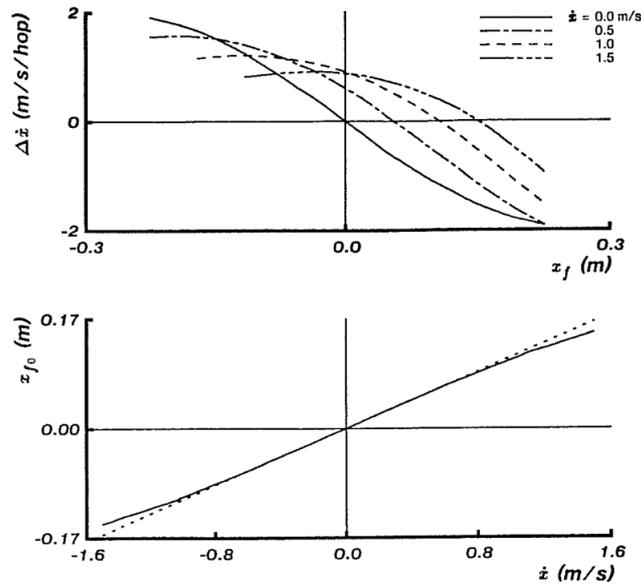


图 2.9 (上图) 净前行加速度随前进足端位置而变化。参数是前进速度。数据来自带有线性腿部弹簧的单腿跳跃机器人的仿真。(下图) 中性点的位置随前行速度而变化。该函数几乎是线性, 斜率大约为 1 m/s。

对每一个前行速度, 都存在一个特定的足端位置, 使得净前行加速度为 0, 我们称之为中性点 (neutral point), 用  $x_{f0}$  表示。对原地跳跃, 中性点就在身体的正下方; 而对于前行跳行, 中性点在前行方向上。前行越快, 中性点离身体越远, 如图表 11 所示。

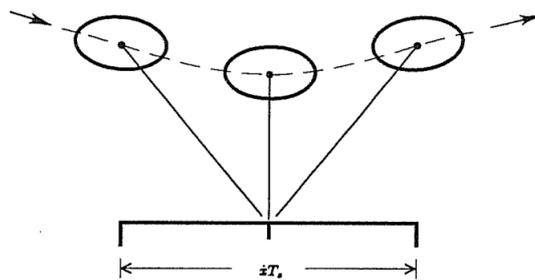


图 2.10 对称轨迹。当足端位于中间位置时, 身体相对于脚的运动是对称的。该图显示了脚刚接触地面之前的形态 (左), 腿垂直且最大程度受压时处于中间的形态 (中) 以及脚刚接触地面之后的形态 (右)。身体的前行位置, 身体的角度和腿的角度具有奇对称性,

$$x(t) = -x(-t), \quad \phi(t) = -\phi(-t), \quad \theta(t) = -\theta(-t)$$

, 而身体的垂直位置和腿的长度具有均匀的对称性, 则

$$z(t) = z(-t), \quad r(t) = r(-t)$$

。定义时间和位置, 使站立阶段中间位置  $t = 0$  且  $x(0) = 0$ 。重心在站立过程中画过的点轨迹称为 CG 轨迹 (CG-print)。它由图底部的水平线表示。

## 对称与不对称

当足端落在中性点上时，身体的质心会以对称运动的形式越过中心点，对称运动由时间的偶数和奇数函数描述。图表 12 中的示意图说明了这种对称行为。当系统对称移动时，质心在中性点前的时间与中性点后部的时间相同，因此，在下半个站立期间发生的向前倾斜会精确地补偿在上半个站立期间发生的向后倾斜。腿部轴向力的水平分量也得到了平衡，因为脚位于质心下方的同时，腿部受到了最大程度的压缩。假定如果身体在腿上的垂直弹跳运动既没有损耗也没有增加推力，则在站立期间腿部轴向力 $f(t)$ 是时间的偶函数。前进速度不会改变，因为在整个站立阶段作用在身体上的水平力平均为零。换一种说法是，对于对称的身体运动，倾覆力矩和水平地面力是站立期间时间的奇函数。奇函数在对称极限上积分为零，净加速度为零。

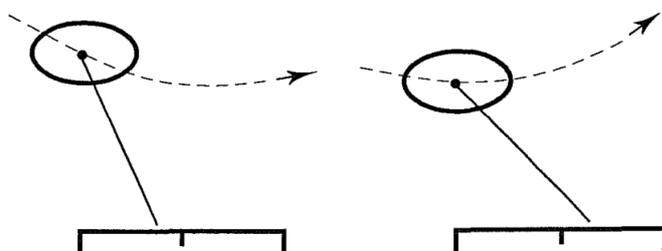


图 2.11 不对称的轨迹。脚从中间位置移开会使得身体的轨迹倾斜，从而使身体加速。当脚置于中性点后面时，身体在站立时会向前加速（左）。当脚置于中性点前方时，身体在站立时会向后加速（右）。虚线表示身体的路径，每个图下方的实线表示 CG-print。

脚从中性点移开会导致身体轨迹不再对称，如图 2.11 所示。身体轨迹根据脚位移的符号和大小而倾斜。倾斜的轨迹具有不为零的身体净前行加速度，因此前行速度发生变化。通过将脚放在中性点的前面，控制系统会产生向后的净加速度，从而使机器人减速。通过将脚放在中性点后面，可以产生向前的净加速度，从而使机器人加速。图表 11 显示了净前行加速度与中性点位移之间的函数关系。对于单个前行速度下的小位移，该关系几乎是线性的。图 2.12 显示了在不同足端位置下，身体在站立阶段的各个路径。

### 一种关于足部位置的算法

为了准确控制前行速度，控制系统需要根据机器人当前状态以及期望动作计算出足端前伸的位置（以决定落足点）。有几种方法可以解决此问题。一种方法是求解系统的动力学方程，得到系统状态变量关于时间的函数。根据这些解可以反推出足端位置与期望动作的函数关系。控制系统可以将系统的当前状态和期望

状态插入这种封闭解 (closed-form solutions) 中, 以计算所需的前行足端放置位置。然而, 机械系统微分方程解析解的求解是十分困难的, 很多时候甚至并不存在。足部前伸位置关于净前行加速度的封闭形式的解析解就是未知的。

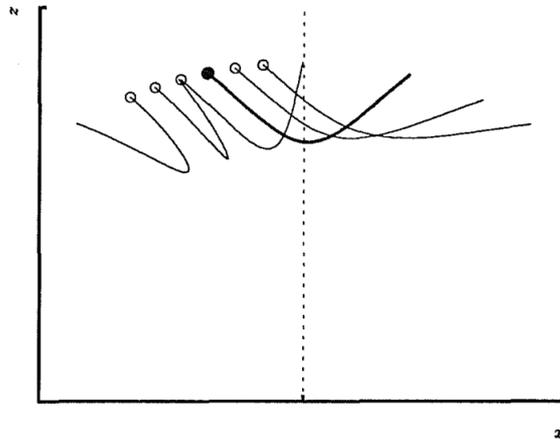


图 2.12 几个前行足端位置对应的站立阶段身体的路径。只有中间足端的位置会产生对称的身体轨迹 (粗体), 而两侧的则向前或向后倾斜。每个轨迹的初始前进速度均相同。圆圈表示着地时身体的位置, 原点是足端的位置。这些数据来自有线性弹性腿模型的仿真。改编自 Stentz (1983)。

第二种方法是对足够巨大数量的情况进行数值拟合, 将结果制成表格, 得到近似解。在第七章我们已经针对简单的腿模型探索了该技术, 并获得了较好的效果。

第三种方法, 也就是我们本节所采用的方法, 是使用一种封闭形式的近似解。我们的控制系统使用一种较为粗糙的方法估计足端前伸位置的近似值。尽管存在一些缺陷, 这种方法也是相对有效的。

在实际操作时, 为了估计所需的前伸位置, 我们考虑了两个因素: 使用测量到的前行速度 (measured forward speed) 来估算中性点位置; 使用前行速度的误差来计算所需落足点与中性点的位置偏差 (当实际前行速度与期望前行速度不一致时, 需要调整落足点来获得加\减速)。控制系统结合中性点和位置偏差来决定如何落脚。

为了计算中性点的位置, 控制系统会估算出下一次落地时系统重心通过的轨迹, 称之为 CG 轨迹 (CG-print), 它类似于足迹。从图 2.10 可以看出, CG 轨迹的中点就是中性点。当足端位于 CG 轨迹的中心时, 触地时的腿部角度和身体前行时的值相等, 但方向上与离地时的值相反。这满足前面描述的对称性。CG 轨迹的长度约为前行速度与落地状态持续时间的乘积,  $\dot{x}T_s$ , 将足端放到 CG 轨迹的中心, 控制系统在腾空阶段伸展腿, 足端在髋关节前方的距离为:

$$x_{f0} = \frac{\dot{x}T_s}{2}, \quad (2.2)$$

其中，

$x_{f0}$  是足端相对于质心的前向位移，

$\dot{x}$  是前行速度，

$T_s$  站立阶段的持续时间。

由于弹簧质量系统的振动周期与振幅无关，因此对于给定刚度的腿，落地姿态的持续时间几乎是恒定的。控制系统使用前一个姿态阶段的持续时间作为下一个姿态阶段的预期持续时间。当身体在以 $\dot{x}$ 速度继续向前移动，并且腿的压缩具有偶对称性时，(2.2)将足端置于中性点以提供无加速移动。

为了使机器人加速，控制系统引入了不对称性。需要加速以稳定前进速度以防止错误和外部干扰，并使其从一种前进速度变化为另一种前进速度。为了特意使机器人加速，控制系统将足端从中性点移开（见图表 13）。控制系统使用前进速度误差的线性函数来求得足端的位移：

$$x_{f\Delta} = k_{\dot{x}}(\dot{x} - \dot{x}_d), \quad (2.3)$$

其中，

$x_{f\Delta}$  是足端相对于中性点的位移，

$\dot{x}_d$  是期望的前进速度，

$k_{\dot{x}}$  是反馈增益。

结合 (2.2) 和 (2.3) 得出用于落脚的算法：

$$x_f = \frac{\dot{x}T_s}{2} + k_{\dot{x}}(\dot{x} - \dot{x}_d), \quad (2.4)$$

一旦控制系统计算出 $x_f$ ，就可以使用运动学来计算出所需的髋关节角度（见图 2.5）：

$$\gamma_d = \emptyset - \arcsin\left(\frac{\dot{x}T_s}{2r} + \frac{k_{\dot{x}}(\dot{x} - \dot{x}_d)}{r}\right), \quad (2.5)$$

其中 $\gamma$ 是腿部与身体之间的角度。公式 (2.1) 给出驱动髋关节所需扭矩。当在原地跳动、加速奔跑、以恒定速度奔跑以及减速至停止时，这种用于落脚的算法控制着前行速度和加速度。改变落足位置来控制加速度的过程是用于保持平衡的主要手段。

### 控制身体姿态

控制系统通过站立期间在髋关节施加扭矩来维持直立的身体姿态。因为在腾空阶段角动量是守恒的，所以站立阶段提供了改变整个系统角动量的唯一机会。

---

站立时脚与地面之间的摩擦使其可以将扭矩施加到身体上，而不会引起腿部较大的加速度。这些扭矩用于将身体伺服到所需姿势。控制系统通过线性伺服公式来实现：

$$\tau = -k_p(\theta - \theta_d) - k_v(\dot{\theta}), \quad (2.6)$$

其中，

$\tau$  是髋关节扭矩，

$\theta$  是身体的俯仰角，

$k_p$ ,  $k_v$  是位置和速度反馈增益。参考值为  $k_p = 153N \cdot m/rad$ ,

$k_v = 14N \cdot m/(\frac{rad}{s})$ 。

摩擦力可以防止脚在地面上打滑。其大小与法向力成正比关系。采取预防措施可以确保在站立期间使用髋关节扭矩纠正身体位置时，有足够的法向力使得脚保持在适当的位置。将加载（LOADING）和卸载（UNLOADING）这两个阶段添加到状态机同步控制系统的跳行运动。当腿触地后开始负载时以及在离地前快要卸载时，这两个阶段就会防止身体姿态受到操作的影响。我认为它们可以理解为模糊阶段，因为它们表明机器人既未处于完全站立状态，也未处于完全腾空状态。另一个模糊阶段，ESCAPE（图中未显示），使控制系统在离地后直到脚达到足够高度之前，都控制腿无法向前移动。腿部的过早运动会踢到脚的前端。

总结本节，控制系统分为三个独立的部分运行。一部分通过在每个支撑阶段向身体传递推力来调节跳跃运动。控制的第二部分通过选择脚的落点位置来操纵前进速度，该位置将在下一站立阶段提供所需的净前向加速度。第三部分是在站立时摩擦力将脚固定在适当的位置，使身体保持直立姿势。现在，现在我们通过实验来验证这种方法。

### 跳行实验

利用单腿跳跃机器人对三部分控制分解的可行性进行了研究，并在动态足式机器人上进行了平衡演示。跳跃，前进速度和身体姿势以及有限状态机的算法是由微型计算机上运行的一组计算机程序中实现的。这些程序控制了跳跃机器人并记录了其动作。

### 速率控制

为了测试前进速度的调节功能，控制计算机在 10 秒的间隔给定一个期望的阶梯信号。在间隔开始之前，机器就跳到了适当位置，并通过控制杆给定了所需的前进速度。测试结果如图 2.13 所示。机器开始跳动，然后将速度提高到大约 0.9 m/s，然后保持速度，最后停下来。在整个测试过程中，前进速度的误差控

制在约 $\pm 0.25$  m/s。这种精度是标准的。通过调整(2.4)中的速度误差增益 $k_{\dot{x}}$ ，可以进行任何给定速度下前进速度的调节。这种调整的必要性已经在图表 11 中被提出，图中表示了足部位移和净前行加速度之间的关系取决于前行速度。

如图 2.13 中的 $\theta$ 和 $\phi$ 所示，在奔跑过程中，腿部和身体产生了反振荡。由于在腾空阶段中必须保持角动量，并且因为只有在站立时才可以纠正身体的姿势，所以身体的振动是可以预料到的。身体平均俯仰角从零开始与前行速度成比例，如图 2.13 中的 $\phi$ 所示。跳跃高度和步幅频率也受奔跑速度的影响。实际上，直接相关因素不是奔跑速度，而是着地时腿的角度。越快的奔跑会导致腿越偏离垂直方向，因此跳得越低。这些较低的跳跃具有更短的腾空时间，并导致更快的步伐。当机器以 0.9 m/s 的速度奔跑时，足端峰值间隙减小了 20%，而步幅减小了 8.6%。

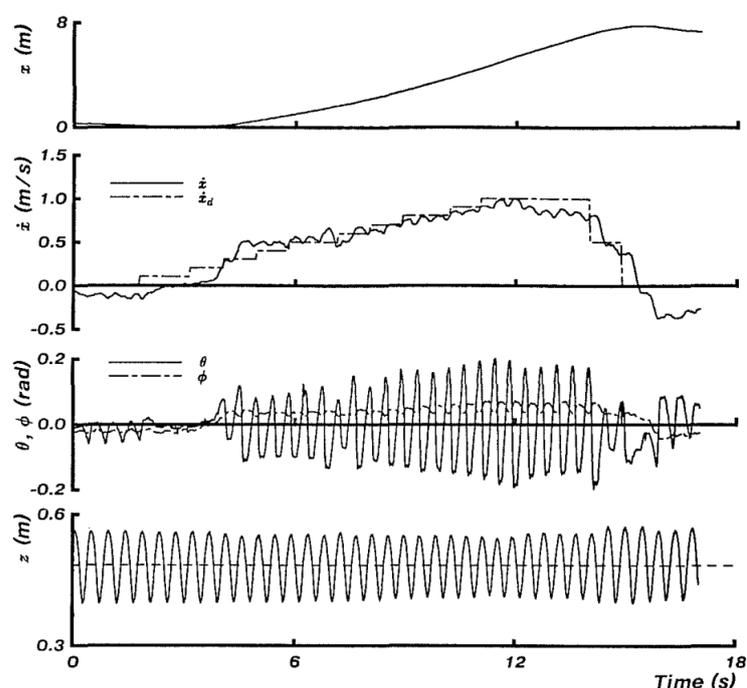


图 2.13 通过在 10s 的时间内从 0 到 1.0m/s 改变速率设定点(虚线)  $\dot{x}_d$  来测试前进速度的控制。还显示了机器的前向位置  $x$ ，身体俯仰角  $\theta$ ，身体的垂直位置  $z$  和腿部角度  $\phi$ 。 $z$  曲线上的虚线(底部曲线)将站立(下面的线)与腾空(上面的线)分开。摘自 Raibert 和 Brown (1984)。

奔跑过程中，机器人的腿像奔跑动物一样来回摆动。对于跳跃机器人来说，这些动作并没有明确的编程。它们是控制前行速度(在腾空阶段中将脚移动到前向位置)和控制身体姿势(允许身体在站立期间打滑)之间相互作用产生的结果。

### 位置控制

位置控制用于使机器人停在一个地方或在不同地方之间平移。通过将位置误

差转换为所需的前行速度，在三部分控制系统上构建了位置控制器：

$$\dot{x}_d = \min [k(x - x_d), \dot{x}_{max}], \quad (2.7)$$

其中 $x_d$ 是目标位置，而 $\dot{x}_{max}$ 限制了机器人远离目标时的最大移动速度。目标位置有时是用控制杆手动指定的，有时是控制计算机根据编程的顺序指定的。在位置控制下从机器人获得的数据如图 2.14 所示。机器人停留在指定位置的误差小于 $\pm 0.1$  m。

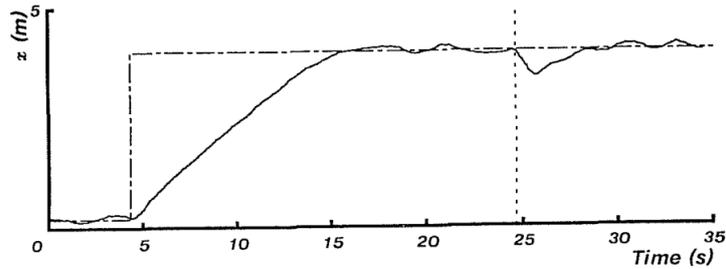


图 2.14 位置控制。位置误差被转换为速率设定值，以控制机器的前行位置。平稳跳跃 4.3 秒后，计算机指定一个 4m 的期望位置（点划线）。每当控制系统使机器人保持在一个位置时，都会存在大约 $\pm 0.1$ m 的极限循环。实验人员用手进行了突然的水平冲击（垂直虚线），从而干扰了机器。它在几秒钟内就回到了设定点。摘自 Raibert 和 Brown (1984)。

图 2.14 还显示了机器人对外部机械干扰的响应。大约 25 秒钟后，随着机器跳到适当位置，实验员给了身体一个水平的冲击。机器在几秒钟后恢复平衡并返回到指定位置。控制系统可以承受大多数的干扰力主要是水平的。引起身体大转动的干扰通常会导致机器倾翻。

## 跳跃

跳行部分的专用控制系统使机器人实现了跳跃动作。为了实验机器人跳跃，可以使机器人以中等前行速度接近一个小障碍物。在障碍物前的一步，操作员按下一个跳跃按钮，启动了预先计划的后续事件，该后续事件由状态机同步到垂直跳跃动作。该事件开始于下一个站立阶段初始：

1. 推力延时作用，因此腿部在身体负载下比正常情况下更短。这样做是为了准备最大高度的一跳。一旦推力开始作用，它将一直持续到腿完全伸展为止。
2. 一旦腾空，腿会收缩，摆动会延迟；两者都为脚提供了额外的间隙。
3. 在跳跃的顶点，腿摆动到正确的着陆角度。摆腿的时间比平常少，但是由于转动惯量减小，越短的腿的运动速度越快。
4. 腿伸长以准备落地。
5. 落地后，将重新建立标准跳频序列。

---

在跳跃过程中，控制系统使用给定的前行速度和身体姿势算法。

此过程用于跳过聚苯乙烯泡沫塑料块的堆叠，如图 2.15 所示。尽管许多跳跃是成功的，但失败也不少。一般跨越障碍要求在跳跃前那一步时，将脚放在地面上相对于障碍物合适的位置，跳跃具有足够的高度，并且具有足够的跨度。现有的控制系统在高度和跨度方面做得很好，但是无法操控起跳点。

将脚放在特定位置的任务比现有控制系统仅控制前进速度的要求更高。为了确定起跳的位置，必须在跳跃之前的很多步就控制步幅。这可以通过在接近障碍物时调整前行速度，调整腿部刚度或调整每次跳跃的高度来实现。将脚放在特定立足点上的需求是崎岖地形上运动这样更难问题的重要组成部分。

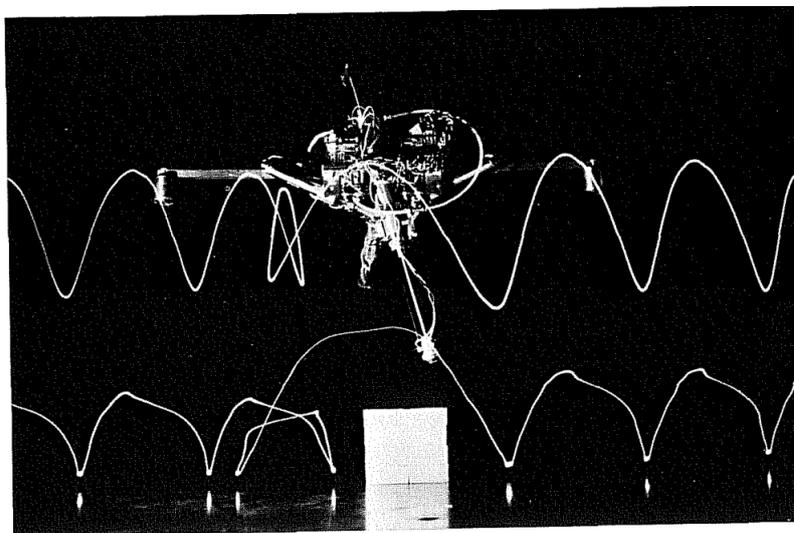


图 2.15 跳跃机器人越过障碍。机器从右侧接近并在跨越后继续向左侧移动。灯光显示脚和臀部的路径。本文中描述了用于实现跳跃的操作顺序。障碍是一堆高 0.19m，宽 0.15m 的泡沫聚苯乙烯块。

### 改进和局限性

本章所述控制系统的每一部分都在整体运动任务中应用了简单的算法。没有一个特定算法是复杂的，没有一个针对高性能进行了调整。实际上，目的是集中于问题的塑造，并建立一个总体框架，在该框架内可以运行具有明确目标的算法。有了一个框架和一个运行正常的系统，细化和优化各个部分细节的任务应该很简单。我们的工作还没有集中在这种调节优化上，但是以下内容提出了一些最重要的建议。

控制身体姿势的算法会使身体姿势产生不对称振荡，如图 2.13 所示。平均姿态角与奔跑速度从零开始成比例，站立的第一阶段身体突然直立。Ben Brown 提出，应该有可能减少这些身体振动的不对称性，消除着陆时的大误差，并在总体上减少控制身体姿势的伺服系统所需要的工作量。这可以通过设计控制系统使

---

身体与腿反向旋转时前后摆动来实现。这个想法是控制身体和腿部适中的方向，而不是控制身体姿势本身。该行为将描述为

$$J\ddot{\phi} + J_l\ddot{\theta} = 0, \quad (2.8)$$

$$J\dot{\phi} + J_l\dot{\theta} = 0, \quad (2.9)$$

其中 $J$ 和 $J_l$ 是身体和腿部围绕髋关节的惯性矩。对于稳态不受干扰的动作，控制系统将不必在身体上施加任何扭矩。被动俯仰动作将与标称俯仰动作相同。

前行速度控制所使用的近似值（用于估计 CG 轨迹的长度并产生加速度）有些粗糙。CG 轨迹估计值对于刚性的腿和低速向前奔跑很适用，因为两者都始终使腿几乎保持垂直，但是当腿的角度有较大变化时，估算值精度会降低。在后一种情况下，轴向腿力首先会在姿态的第一部分使身体减速，然后使其加速，从而导致平均前行速度小于腾空阶段的速度，并且 CG 轨迹比预期的短。其结果是，随着前行速度的增加和腿的刚度的减小，奔跑速度的稳态误差也随之增加。Stentz (1983) 提出了一种更准确的预测方法，可以减少预期 CG 轨迹长度的误差。它考虑了着陆时身体的垂直速度和腿部模型。所需的净加速度与脚的位移之间函数关系 (2.3) 是另一个可以改善的主要候选参数。

另一个可以提高性能的优化例子是我所谓的对地速度匹配。当高速行驶时，脚不仅应在触地过程中保持静止，而且应在接触之前相对于臀部（hip 前文也称髋关节）向后加速，直到其在空中不动为止。这使脚的向后速度与触地之前地面的向后速度相匹配。离地时，脚应继续向后移动，直到完全卸载。奔跑的动物以这种方式使脚与地面速度相匹配，但跳跃机器人则不一样。要在触地时使脚和对地速度匹配，就需要使脚的向后加速度与触地时刻准确同步。

运动中的一个困难问题是测量系统的外部状态，例如身体的位置，速度和方向。问题在于没有固定的位置来安装传感器。对于本章中的实验，使用了系链结构来提供此信息。俯仰角由安装在系链枢轴上的光电传感器测量，车身的向前位置由安装在枢轴上的电位计测量。从某种意义上讲，我们欺骗了自己，因为真正的机器人必须使用机载仪器执行这些感测功能，而系链不在车载中。另一方面，平面跳跃机器人不是原型机，而是用于实验的设备。无论如何，在下一章中，我将介绍以更令人满意的方式解决其中一些外部感测问题的技术。

与自然的腿部折叠不同，本节中介绍的单腿机器人和本书稍后介绍的机器人都使用伸缩式腿来改变长度。这重要吗？在几何形状方面上需要将脚放在立足点上，两种腿都具有相似的功能。伸缩腿和折叠腿都可以设计成向身体和地面传递相等的力。当考虑腿部运动本身的动力学时，会出现差异。对于我们在这里考虑的运动的中级观点，这些细节并不是太重要。但是，当人们开始优化腿部动作时，这些细节将很重要。一个例子是 Mochon 和 McMahon (1980) 对步行过程中人腿

---

运动的研究。他们发现，腿的动作就像一个可自由摆动的复合摆。在为特定的足式机器人系统建模这种细节级别时，并且在考虑性能和效率时，伸缩腿将不会起作用。但是，我们发现可伸缩的腿在腿足运动中占据了重要的一大部分，同时又避免了一些复杂性——它们更易于建模和制作。

由三部分组成的控制系统强调了控制垂直弹跳运动，前行运动和身体姿势的独立动作。尽管这些动作之间存在相互作用，但我们发现动力学是可以独立的，并且可以用控制系统将它们分开——控制系统的每个部分的动作都好像仅影响一个变量，并且相互作用表现为干扰。这种独立性导致了一种特别简单的控制设计，当机器在适当的位置跳跃、从一个点转换到另一个点、改变前行速度和跳跃时，这种控制设计是有效的。

我们实现的运动控制系统的一个重要特征是其一次一跳的操作方法。在每个跳跃周期中，用于跳跃和前进速度的控制只起作用一次，而忽略了在关节级别工作的伺服器。例如，控制系统在触地时将脚定位在质心上。如果前进速度在某一步中有误，则直到下一步将脚再次落到地面上之前，无法采取任何措施对其进行校正。一步成为控制的基本单位。类似的描述适用于驱动跳跃运动的腿部推力的传递。这种控制方法要求控制系统包含有关机器固有机械性能的信息，以便在控制动作之间的每个周期内发生可接受的行为。倒立摆的倾斜和球的弹跳抽象描述了这种信息。

使用单腿设备的主要原因不是为单腿机器人打基础。它的重点是在分析腿动态运动时主动平衡的一般问题，在某种程度上，它可以推广到多腿系统。如果我们忽略了从单腿机器到袋鼠用两条腿跳跃的第三维度，是很简单的。可以直接将跳跃机器人一条腿和袋鼠两条腿的运动进行比较。主要区别在于袋鼠使用尾巴来帮助补偿腿部的大幅度摆动，因此身体在每一跳上都不需要做出剧烈的摆动。袋鼠的控制系统可能仍然像以前一样调节跳跃高度，身体姿势和速度。

推广到不跳跃的多腿系统也不是很难想象。两足动物奔跑的许多特征类似于单腿机器人奔跑，包括站立和腾空之间的交替，有规律的垂直摆动以及一次由一只腿提供的支撑。以两足动物为例，两条腿始终沿相反的方向摆动，即使没有尾巴也无需旋转身体。把两足动物想象成一个跳跃机器人，在每一步中替换一条不同的腿。三部分分解控制可以像以前一样使用。对于一组有限的步态，此方法也可用于控制四足的跑步。将这些单腿技术和算法应用于多腿系统的细节是第4章的主题。

## 总结

在本章中，我描述了一种使用特别简单跑步方式的机器人：单腿跳跃机器人。对该机器进行的研究主要有三点：平衡的重要性，腿的弹性要求以及腿部协调的

---

难度。我们发现单腿跳跃机器人的控制可以分解为三个独立的部分。一部分通过在每个跳跃周期中传递固定的腿部推力来控制跳跃高度。当机器在每一步接近地面时，控制系统的第二部分通过将脚放在髋关节前方指定距离来调节前进速度。控制系统的第三部分在站立时通过对臀部的伺服来校正身体的姿势。状态机提供了将控制动作与正在进行的跳跃行为同步的方法。分解产生的控制系统很简单：

跳行（Hopping）控制：

在站立姿态阶段给予一定时间的推力。

在腾空阶段将气压降到一定值。

前行速度（Forward Speed）控制：

选择落足位置

$$x_f = \frac{\dot{x}T_s}{2} + k_x(\dot{x} - \dot{x}_d).$$

转换为臀部转角

$$\gamma_d = \emptyset - \arcsin\left(\frac{x_f}{r}\right).$$

伺服驱动臀部转角

$$\tau = -k_p(\gamma - \gamma_d) - k_v(\dot{\gamma}).$$

身体姿态（Body Attitude）控制：

伺服驱动身体转角

$$\tau = -k_p(\emptyset - \emptyset_d) - k_v(\dot{\emptyset}).$$

实验表明，这些算法可以很好地控制机器人。使它们保持一致的跳跃高度，在几个跳跃周期内发生变化且达到平衡。机器人可以以高达 1.2 m/s 的速度运行，速度误差约为  $\pm 0.25$  m/s，并且可以随处移动。改变跳行控制可以使机器人越过小障碍物。

---

## 第 3 章 在三维空间中的跳跃

在第一直觉看来，动物的运动，比如说一匹马、一个人、或者一只袋鼠的运动，都是出现在一个平面的运动。他们的腿前后摆动，而身体上下摆动。根据步态和动物的不同，身体也会前后倾斜。腿部的运动会推动动物向前和向上，因此脚可以沿着行进路线进一步恢复到新的立足点，并且腿部运动还能使动物自我平衡，从而不会翻倒。尽管出现了运动的平面性，但是动物的运动还是在三个维度空间中进行，使得运动具有六个自由度。

动物运动中的出现的平面性使我们好奇，平面中用于运动的技术是否可以扩展到三维运动中去。直线奔跑中的动力学很大程度上取决于矢状面中发生的运动，而垂直与矢状面的运动带来的影响几乎可以忽略。基于此，则针对三维运动的控制系统就可以避开三维动力学的复杂性。

为了研究这个问题，我们建立了一个无需额外支撑就可以行动的单腿跳跃机器，它可以在实验室中自由移动的过程中实现自平衡。它可以原地弹跳，也可以在速度或位置模式控制下从一个点运动到另一个点，并且能在被外力推动的时候保持平衡(图 3.1)。用于控制机器的技术是对上一章中关于平面跳跃的技术的直接扩展，令人惊讶的是这种扩展很少有额外的复杂性。尤其是，它仍然将奔跑分解为垂直跳动，前向运动以及姿态控制三个部分。三维机构的控制是本章的主题。

### 三维空间中的平衡

在每个运动周期中，每次脚与地面的碰撞都会提供保持和改变前进速度的机会。在上一章中，我描述了在碰撞开始时脚的前向位置，即站立阶段，如何被用于控制平面跳跃机的前向速度。采用的方法是，将站立阶段的时变行为归结为一个单一输出，即净前向加速度。整个运动步态的一次循环被视为速度调整的基本单位。在每个周期中，控制系统通过结合中性点和加速度来找到一个合适的位置来放置腿。

在三维空间中，控制前向速度的任务以及为单腿系统提供平衡的任务，与在双腿的情况是基本相同的。宽泛地讲，支撑脚放置在身体下方时净加速度为零。困难在于预测站立阶段的身体位置和移动方式。这是与平面运动相同的预测问题。理想情况下，这些预测将通过求解系统模型的运动方程来进行，然后将脚的位置表示为当前状态和期望加速度的函数。然而，就算是针对非常简单的模型，这些运动方程的解析解也是很难获得的，甚至根本就不存在。3D 的单腿跳跃机器的控制系统使用的算法是基于对解得简单估计。

本章提到的中性点与之前的中性点具有基本相同的意义。但是本章中性点的位置是通过水平面中的向量来指定的。当机机器人的腿着陆到中性点时，机体历

---

经一个对称轨迹，整个过程净加速度为零。速度和前进方向保持不变。当腿着陆到距离中性点有一定距离的点上的时候，机体依据腿的位移的大小和方向做加速或减速。腿的位置和产生的加速度分别由水平面内的向量所给定。

对于在平面内的零前向速度的跳跃这种特殊情况，中性点位于机体的下方。将腿从机体下方伸出，将使机体朝远离脚的方向加速。净加速度的模式如图 2.9 所示。它具有倒立摆模型预测的圆对称性。对于每个脚位移，加速度矢量指向中性点，这也是原点。当前向速度非零时，净加速度的模式与零速度的情况相类似，因为向量全部指向中性点的大体方向。对于一阶情况，脚的前后位移会引起前后加速度，而横向位移会引起横向加速度，如图 3.2 所示。

然而，这里与前进速度相关的净加速度的大小存在失真。

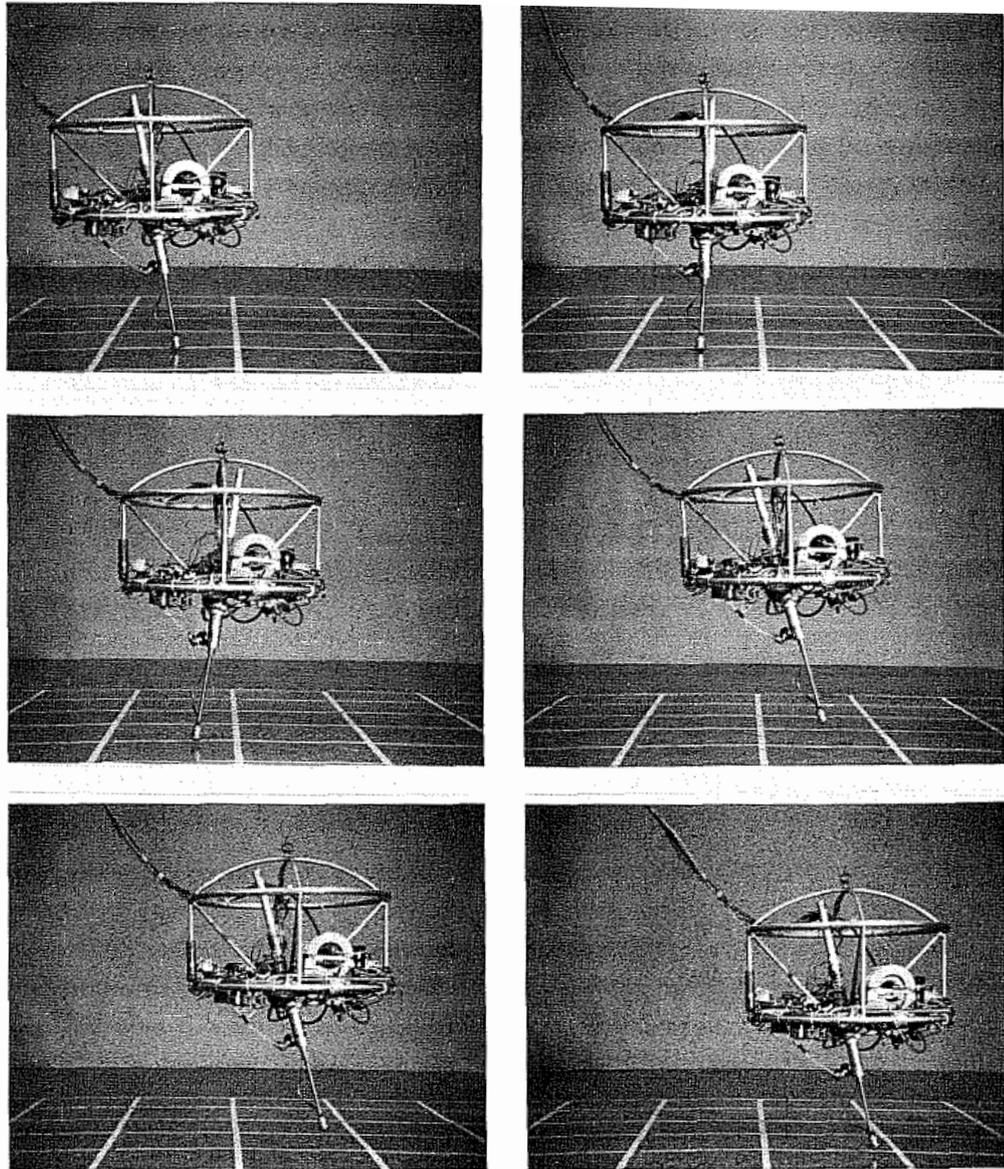


图 3.1 三维空间中跳动。照片序列展示了 3D 单腿跳跃机器人的一个完整周期。从左至右为运动方向。运动速度约为  $1.75\text{m/s}$ ，其中运动步长为  $0.63\text{m}$ ，单步周期为  $380\text{ms}$ 。指示网格为间宽为  $0.5\text{m}$ 。相邻两帧间隔  $76\text{ms}$ 。摘自 Raibert, Brown 和 Chepponis (1984)。

当机体拥有前向速度时，通过识别三维系统在飞行中的质心运动的平面轨迹

---

可以简化该问题。在该平面中，飞行过程中发生的运动由前向速度矢量，重力矢量和质心位置来定义（图 3.3）。Sesh Murthy 称之为运动平面（Murthy 1983）。三维单腿机器在运动平面内的行为与同类平面机器的行为相同。在上一章中使用了图 2.9 来描述平面机的行为，但是该图同样也描述了三维机在运动平面中的行为。该图绘制了机腿位置与净加速度之间的关系以及中性点位置与前进速度之间的关系。只要机腿落在运动平面内，则前向运动速度的方向以及运动平面的朝向就能够在从一步到下一步的过程中保持不变<sup>1</sup>。

当机腿从运动平面横向位移时，净加速度将包含侧向分量，就会给机器一个基于原来前进方向的侧向速度。下一个飞行阶段的运动平面也会有新的朝向，该朝向由先前触地时的速度矢量和姿态阶段的净加速度共同决定：

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \Delta\dot{x}, \quad (3.1)$$

其中，

$\dot{x}_i$  是前向速度，

$\Delta\dot{x}$  是净前向加速度矢量。

可以识别一个机脚的位置，这些位置要么加快速度，要么改变方向，但不能同时起作用。中性速度位置集是一些机脚位置的集合，在集合中的机脚位置在提供前进方向变化的同时保留速度大小。图 3.4 绘制了一些这样的位置集。另一方面，中性航向位置集能够保留前进方向而调整速度大小。正如预期的那样，这两个位置集在中性点相交。

对于指向运动，3D 单腿机器行为表现得像一个平面机器。当脚放在运动平面上时，由于不存在侧向加速度，所以机器笔直向前运动。在飞行时机体的抛物线运动，在姿态期时机体的弹跳运动，以及将腿从一个立足点移动到下一个立足点的腿部扫动全部都位于运动平面中。这种行为让人联想到在动物奔跑中观察到的明显的平面行为。

### 3D 单腿跳跃机器

我们构建的用来研究在三维空间行动的单腿跳跃机器（图 3.5）与平面跳跃机器基本相似，除开两个基本区别外。一个区别是，由于三维机器没有脐带，所以机体可以在六个自由度上运动。另一个区别则是髋关节。这里的髋关节是带有额外自由度的万向节，它允许腿在相对于机体侧向摆动和前后摆动。抛开这些基本区别和一些实现上的细节不谈，3D 和平面的单腿跳跃机器是非常相似的。

---

<sup>1</sup> 这里的讨论假定由机体绕偏航轴旋转引起的陀螺力很小，足以被视为小扰动。即使脚落在运动平面上，用于控制身体姿势的髋部扭矩也可能影响前进方向。然而，控制系统将姿态控制和前向速度控制之间的这种相互作用同样视为小扰动。

机体由一个轻质平台和滚笼组成，在其上布置有传感器、气阀、执行器以及一些电子接口。一对自由的陀螺仪测量机体在空间中的 roll, pitch 和 yaw 三个方向角。当机体摔倒的时候，滚笼起到保护作用。另外，实验的时候滚笼也可作为方便的把手。

三维机器的腿是一个与平面机器相似的气缸。当气缸的上气室作为空气弹簧时，通过使用气缸的下气室注入能量，使机腿的效率得到提升。气动回路如图 3.6 所示。控制系统可以操作这个回路，实现机体在 0.02m 到 0.5m 之间的峰峰振幅的变化。

在机器的髋部，一对液压执行器可以输出机体和机腿之间的力矩。整体布局如图 3.7 所示。控制计算机用线性伺服系统来伺服这些执行器：

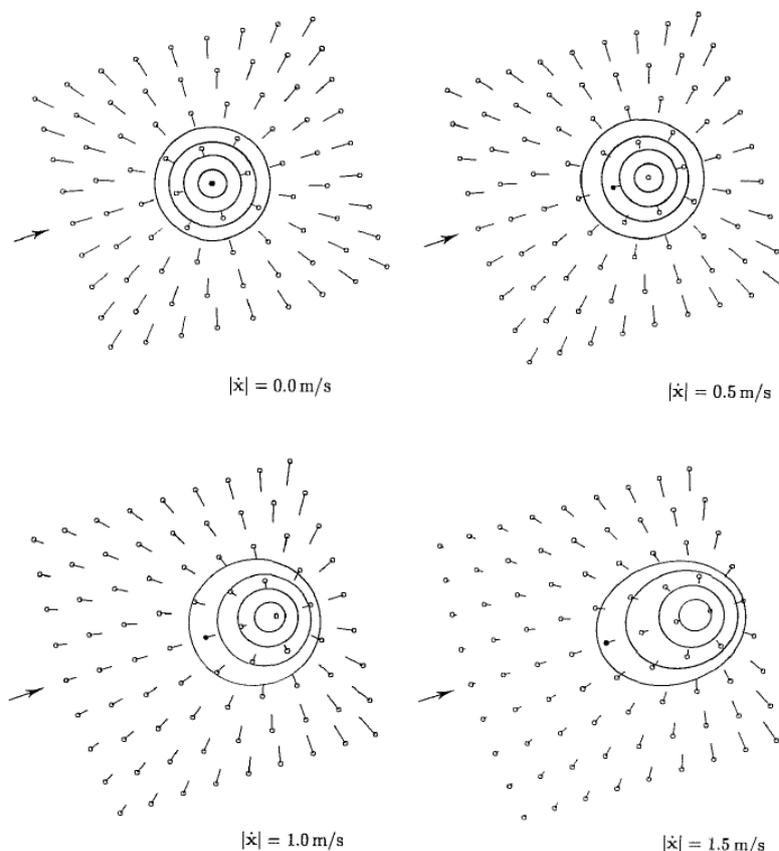


图 3.2 脚在触地时的位置会影响站立姿势期间的净加速度。每个线段表示在着陆之前将机脚放在相应圆上的净加速度的方向和相对大小。等势线是加速度恒定的线，由内至外依次代表  $|\Delta \dot{x}| = 0.25, 0.5, 0.75$  以及  $1.0 \text{ m/s/hop}$ 。每幅图都表示不同的初始前向速度。箭头表示运动的方向和运动平面的投影，黑点表示机器触地时的质心的位置。运动模式是关于运动平面对称的。这些数据来自于 3D 单腿机器的计算机仿真，建模使用的是线性弹簧腿。触地时有  $\dot{z} = -1 \text{ m/s}$ 。摘自 Murthy 和 Railbert (1983)。

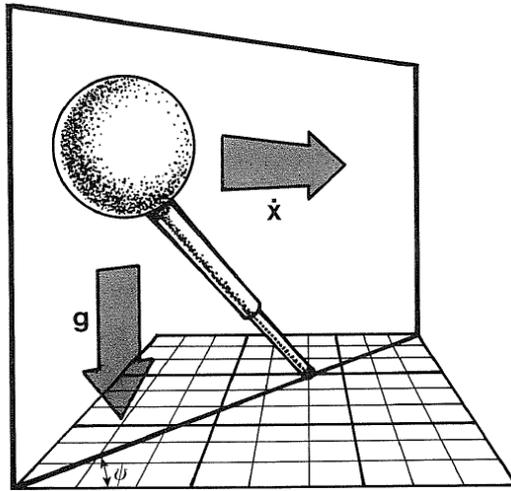


图 3.3 运动平面通过前向速度矢量、重力矢量以及机器的质心来定义。

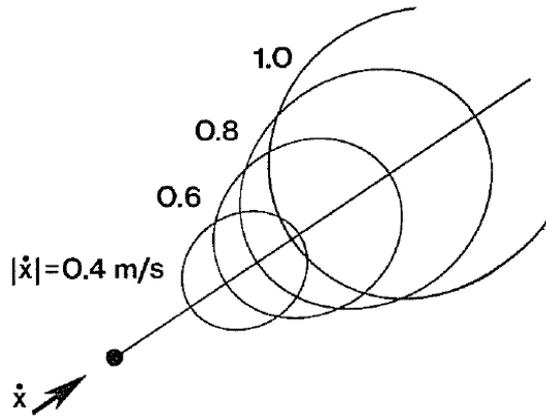
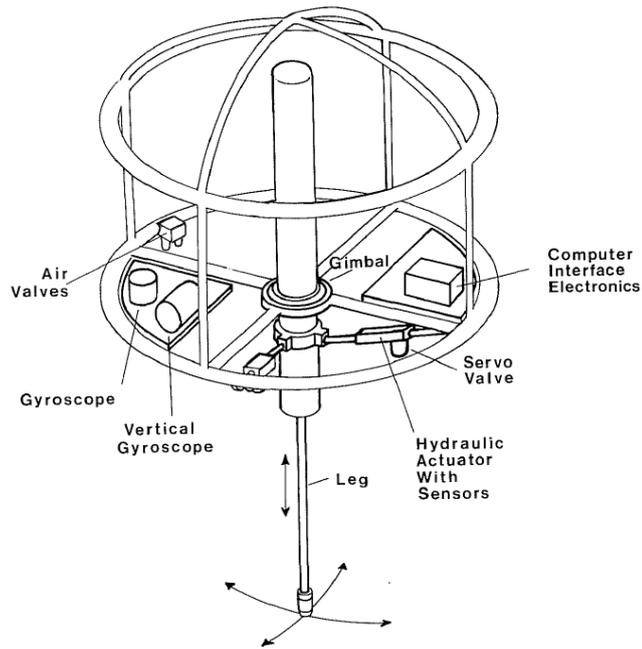
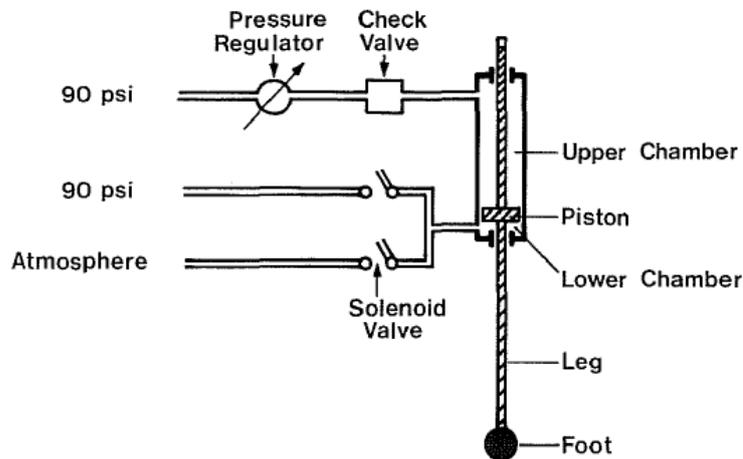


图 3.4 中性速度位置集。对于每个前向速度，都有一个机脚的位置集，能够使运动方向改变，而运动速度保持不变。图中展示的位置集对应于  $\dot{x}_{td} = 0.4, 0.6, 0.8$  和  $1.0 \text{ m/s}$ ，更大的等势线对应于更大速度。这里所有的位置集触地时的竖直速度都是  $\dot{z} = -1 \text{ m/s}$



**图 3.5** 3D 单腿跳机示意图。它由两个主要部分构成：机体和机腿。机体由铝制框架制作，在其上安装有髋部执行器、阀门、陀螺仪以及计算机电子接口。机腿是一端带有软脚垫、另一端带有线性电位计的气缸。两个可开关的气阀控制压缩气体向机腿执行器下端的流入和流出。压力调节器和止回阀控制机腿执行器上端的压力。机腿拥有弹性，因为当腿缩短时，滞留在腿执行器中的空气会被压缩。机腿通过一个万向节型的髋部连接到机体，髋部允许在一个方向上有  $\pm 30^\circ$  的摆动以及这个方向的垂直方向上  $\pm 20^\circ$  的摆动。一对由压力伺服阀控制的低摩擦液压执行器在腿和身体之间起作用，以确定臀部角度。通过传感器测量机腿的长度、液压执行器的长度以及速度、机腿和地板是否接触、机腿气缸的压力以及机体的俯仰角、横滚角和方向角。模拟量测量值在机器上数字化并通过数字总线传输到控制计算机。一根脐带电缆连接机器到液源、气源、电源以及控制计算机，所有这些都位于实验室附近。



**图 3.6** 机腿气路。上气室用作缓冲弹跳，下气室用作执行器。一个压力调节器保持机腿气缸上气室的压力，以维持其压力大于预设值，预设值一般是 45 帕斯卡。当机腿缩短时，止回阀允许压力增加，而不会迫使气体通过调节器。开关电磁阀将机脚气缸的下气室连接到 80 psi 的气源或大气。下气室中的高压使得活塞向上运动，缩短机腿。低压使活塞向下运动，增长机腿。在弹跳时，在飞行过程中控制系统向下气室加压，在姿态期排气。推力幅度定义为进气阀在飞行过程中打开的时间长度。相较于平面机器所描述的方法，该方法在机腿执行过程中使用更少的气体，从而提高了效率。如果活塞和活塞杆密封件没有泄露，那么上气室可以永久保持充压状态，而无需使用压力调节器和阀门。

$$\tau_i = -k_p(w_i - w_{i,d}) - k_v(\dot{w}_i), \quad (3.2)$$

其中，

$\tau_i$  是第  $i$  个执行器的阀门信号，

$w_i$ ，  $\dot{w}_i$  分别是第  $i$  个执行器的长度和速度，

$k_p$ ，  $k_v$  是位置反馈和速度反馈的增益。

机腿的一个完整的  $60^\circ$  扫动大约需要 70ms。伺服操作的频率是 250hz。

机器的足部比较小，所以它在地面上对三个轴施加的扭矩可以忽略不计。摩擦力在通常情况下能够防止足部水平滑动，但是扭转牵引力是非常晓得。

关于三维跳跃机器的早期的设计方案认为它不应该有一个前进的优先方向。整个机体没有前后之分，并且机腿可以在各个方向上顺畅移动。这个方案的一个后果就是“前进(heading)”控制的时候不必将机器人的面朝方向(facing direction)考虑进去——转向不需要转身。我使用“前进(heading)”表示运动的方向，而“面向(facing)”则表示关于竖直轴的机体方向。前进(heading)方向和面朝(facing)方向的差值是螃蟹角(crab angle)。前进(heading)角是  $\psi = \arctan(\dot{y} / \dot{x})$ ，其中速度是  $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x} \ \dot{y}]^T$ ，朝向(heading)角是  $\phi_y$ 。对于汽车、飞机、船等，它们的前进方向和朝向方向是严格一致的，但是对于此处的 3D 单腿机器，它们是不相关的。

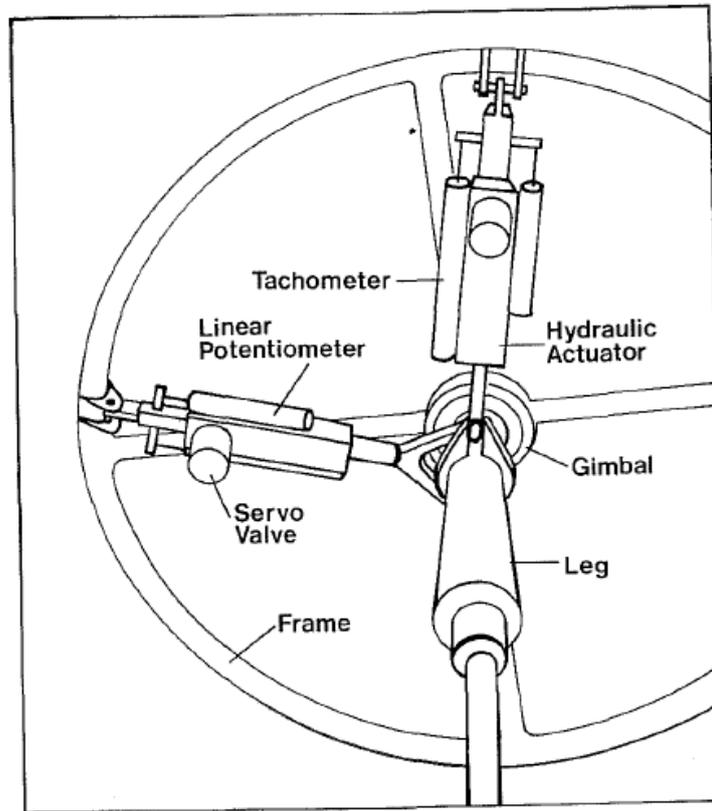


图 3.7 髋部下视图。两个液压执行器将腿部相对于身体定位，在一个轴上提供 30 度的腿部运动，在另一个轴上提供 20 度的腿部运动。每个液压执行器有一个位置传感器、一个速度传感以及一个压力控制伺服阀。伺服阀使执行机构上的压差与控制信号成比例。通过使用活塞和杆上的游隙密封件，将执行机构中的摩擦力保持在较低水平，低压 O 形圈密封件和泄漏排放口连接到回路以进行备用。

Table 3.1. Physical parameters for 3D one-legged hopping machine.

| Parameter  | Metric Units              | English Units              |
|--|---------------------------|----------------------------|
| Overall height   | 1.10 m                    | 43.5 in                    |
| Overall width  | 0.76 m                    | 30.0 in                    |
| Hip height   | 0.58 m                    | 23.0 in                    |
| Total mass   | 17 kg                     | 38 lbm                     |
| Unsprung leg mass  | 0.91 kg                   | 2.0 lbm                    |
| $\frac{\text{Body mass}}{\text{Unsprung leg mass}}$                  | 18:1                      | 18:1                       |
| Body moment of inertia   | 0.709 kg · m <sup>2</sup> | 2420 lbm · in <sup>2</sup> |
| Leg moment of inertia  | 0.111 kg · m <sup>2</sup> | 380 lbm · in <sup>2</sup>  |
| $\frac{\text{Body moment of inertia}}{\text{Leg moment of inertia}}$ | 6.4:1                     | 6.4:1                      |
| Leg Axial Motion   |                           |                            |
| Stroke   | 0.25 m                    | 10.0 in                    |
| Static force   | 630 N @ 620 kPa           | 140 lb @ 90 psi            |
| Leg Sweep Motion   |                           |                            |
| Sweep angle  | ±0.5 rad/ ± 0.35 rad      | ±28° / ± 21°               |
| Static torque in <i>x</i>  | 90 N · m @ 14 MPa         | 800 lb · in @ 2000 psi     |
| Static torque in <i>y</i>  | 136 N · m @ 14 MPa        | 1200 lb · in @ 2000 psi    |

---

### 3D 单腿机器人的控制系统

我们测试 3D 单腿机器人的控制系统将控制任务分解成三个独立的部分，分别对应于前向速度、机体姿态以及跳跃高度。跳跃高度的控制不需要再讨论，因为这个问题及其我们采取解决方式正好和平面机器人的情况类似。前向速度和机体姿态的控制也基于平面机器人的解决方式。

#### 前向速度控制

前向速度控制系统在每个飞行期为机腿选择一个前向位置，该位置可以在即将到来的姿态期提供期望的净加速度。对于 3D 单腿跳跃的算法实现使用与平面机器人相同的原理。前向速度决定机腿的位置，旨在将其放置在中性点上。前向速度的误差决定机腿的位差，该位差可以提供一个合适的加速度。机腿的中性位置及其位差综合指定了控制系统放置机腿的位置。前向速度控制器在飞行期伺服控制髋部角度，以放置机腿。一旦机腿接触到地面，姿态控制接管髋部的操作，然后前向运动成为被动状态。

通过  $\dot{x}$  给定前向速度，机腿相对于机体的前向位置由另一个向量  $x_f$  给定。这些向量表示在下述坐标系下：坐标系的原点与机体的质心一起运动，但是其坐标轴的方向在空间中是固定的。则中性点的位置可以从 CG-print 中得到：

$$x_{f0} = \frac{\dot{x}T_s}{2},$$

其中，

$x_{f0}$  是中性点的位置，

$T_s$  是站立的时长。

这种对于 CG-print 的这种近似，与平面情形存在相同的困难，即近似高估了在较高速度运行下支撑期的行进距离，因为它忽略了支撑期间发生的减速和重新加速。

控制系统系统利用线性函数  $\Delta\dot{x} = -x_{f\Delta} / k_{\dot{x}}$  来近似机腿到中性点  $x_{f\Delta}$  的位差与净加速度  $\Delta\dot{x}$  之间的关系，其中  $k_{\dot{x}}$  是常数。这种近似忽略了在图 3.2 中十分明显的速度与方向的变化。控制系统使用这种近似将前向速度误差转换成机腿位差：

$$x_{f\Delta} = k_{\dot{x}}(\dot{x} - \dot{x}_d) \quad (3.3)$$

通过将中性机腿位置及其位差结合在一起，我们得到了用来计算在飞行期的前向机腿位置的公式：

$$x_f = \frac{\dot{x}T_s}{2} + k_x(\dot{x} - \dot{x}_d) \quad (3.4)$$

支撑期的时长受机腿的弹性影响，所以它很大程度上是独立于跳跃高度的，对于给定的机腿刚度，它近似为常数。控制系统使用上一个支撑期的测量时长作为下一个支撑期的期望时长。期望的前向速度  $\dot{x}_d$  经常由人类操作的双轴游戏杆来提供。有时候一个位置控制算法也会产生速度设定点，这在之后会讨论到。

请记住，公式 (3.4) 仅指定脚的水平位置。机腿的长度，即脚的相对高度，由控制系统的跳跃部分确定。

一旦控制系统利用公式 (3.4) 计算出一个期望的机腿位置，它就会用运动学转换来决定执行器的长度，以正确放置机腿的位置。 $\mathbf{F}$  是将髋部执行器和机腿长度转换成机腿位置的函数。他是一个空间中机体方向的隐式函数， $\Phi = [\phi_p \ \phi_R \ \phi_Y]^T$ ，其中下标分表表示绕 pitch、roll 和 yaw 三个轴的旋转。函数  $\mathbf{F}$  及其逆函数  $\mathbf{F}^{-1}$  由附录 3A 中给出。一旦执行器长度已知，则髋部伺服器的位置由式 (3.2) 给出。

对于  $\mathbf{x} = [x \ y]^T$ ，(3.4) 可以表示成两个标量方程：

$$\begin{aligned} x_f &= \frac{\dot{x}T_s}{2} + k_x(\dot{x} - \dot{x}_d) \\ y_f &= \frac{\dot{y}T_s}{2} + k_x(\dot{y} - \dot{y}_d) \end{aligned} \quad (3.5)$$

这等价于使用两个平面算法操作固定两个角度合适的坐标系。

### 从机腿的运行中估计前向速度

控制系统只有在能够测量前向速度的时候才能控制它。机体在支撑期的行为提供用来估计  $\dot{\mathbf{x}}$  的必要信息。因为机腿在支撑期相对于地面不会移动，我们可以从测得的机腿相对于髋部的运动中，推导髋部相对于地面的运动：

$$\dot{\mathbf{x}} = -\dot{\mathbf{x}}_f \quad (3.6)$$

通过使用运动学转换，机腿相对于髋部的位置，可以从测得的髋部执行器的长度、机腿长度以及陀螺仪角度中得到：

$$x_f = \mathbf{F}^{-1}(w) \quad (3.7)$$

通过对式 (3.7) 中得到的机腿位置作数值差分，控制系统来估计机体在支撑期的速度。在飞行过程中出现的任何前向速度变化均被忽略。

---

## 控制机体姿态

控制系统通过给机腿与机体之间髌部关节施加力矩来维持机体在支撑期的直立姿势。Pitch 和 roll 都需要被控制。

用于 3D 跳跃机器人中，测量机体的 pitch 和 roll 方向角的陀螺仪是对齐的，所以 pitch 轴平行于髌部的一个轴，而 roll 轴平行于髌部的另一个轴。这样就允许姿态控制伺服器使用不需转换的陀螺仪测得的 pitch 和 roll 值直接伺服髌部执行器：

$$\begin{aligned}\tau_1 &= k_p(\phi_p - \phi_{p,d}) - k_v(\dot{\phi}_p) \\ \tau_2 &= k_p(\phi_R - \phi_{R,d}) - k_v(\dot{\phi}_R)\end{aligned}\quad (3.8)$$

其中，

$\tau_1$   $\tau_2$  是关于髌部执行器的控制信号，

$\phi_p$ ,  $\phi_R$  是机体的 pitch 和 roll 角，

$k_p$ ,  $k_v$  是增益系数。

关于 yaw 轴的方向角是机体姿态的第三个自由度，即朝向。尽管 pitch 和 roll 角是相对容易控制的，而 yaw 却是要更难一些。困难在于我们决定不为 3D 机器人提供施加扭矩牵引力的执行器。对机腿轴线的操作以及伸展的机脚能够提供矫正航向运动的力矩，但这同时也会导致机器人的复杂化。因为 3D 单腿机器在航行方向上没有首选方向，我们决定忽视这个问题，允许机器在其 yaw 轴方向上自由旋转。控制系统通过陀螺仪保持对机器人朝向的跟踪，将其作为测量值，并在坐标转换函数  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{F}^{-1}$  中使用这个测量值。

尽管 3D 跳跃机器人没有设计为沿着机腿轴施加力矩到机腿上方案，但是所要求的力矩原则上可以使用另一个技术来实现。如果控制系统关于髌部施加一个 pitch 力矩，而机腿沿运动平面的侧面放置，则就会沿着系统的 yaw 轴产生一个力矩。该力矩与 pitch 力矩和机腿位移的大小成正比。控制系统可以操作这个力矩以稳定系统的 yaw 的行为。为了补偿诱发该力矩时所需的 pitch 运动以及机腿的侧向位移，控制系统可以在交替步骤中使用位移补偿对。例如，它可以在前倾移同时向左迈腿，而在下一步时则向后倾的同时并向右迈腿。这可以在交替步骤中产生扰动补偿对，但是但是每一步都会产生逆时针的 yaw 扭矩。

不幸的是，该方法中能够产生的最大的 yaw 扭矩，实际上也会比由跳跃机器人的脐带电缆所带来的扰动小得多。因此，控制系统不能产生一个合适的 yaw 力矩来控制机体朝向。

---

## 三维空间中的跳跃实验

### 速率控制

我们通过使用控制计算机在  $\dot{y}_d=0$  处指定  $\dot{x}_d$  的斜率，测试前向速度的控制。数据绘制在图 3.8 中。他们显示了机器先在一个地方跳动，然后加速到 1.6m/s 做运动。速度被控制到  $\pm 0.2\text{m/s}$  的误差下。这是一个很典型的精度。但期望的速度在  $t=5.3\text{s}$  被设置为零时，机器在速度调整上大约花了 0.5s 的时间。这个延迟的出现是由于直到下一次机腿触地之前， $\dot{x}_d$  的变化都不会被感受到。

在奔跑过程中，机腿和机体反向震荡，就如图 3.8 中  $x_f$ ， $\phi_p$  和  $\phi_r$  所描绘的那样。Pitch 和 roll 震荡的相对大小会变动，因为机器会沿着 yaw 轴进行旋转。再一次说明，机腿的前后扫动并未明确编程，而是由在飞行过程中将脚定位的前向速度控制与在姿态过程中使身体直立的姿势控制之间的相互作用而产生的。

在另一个实验中，期望的速度是一个常量，而期望的方向会突然改变  $90^\circ$ 。结果展示在图 3.9 中。跳跃机器花了 1 秒钟，也即两步，来改变方向，在此以后它继续奔跑。机器在转向时失去速度，但是在那以后又重新获得速度。

### 位置控制

位置控制可以用来使跳跃机器在一个位置持续跳动，以及使其从一个位置移动至另一个位置。我们实现了一种可以将位置误差转化为期望速度的位置控制算法：

$$\dot{x}_d = \min\{-k_p(x - x_d) - k_v\dot{x}, \dot{x}_{max}\} \quad (3.9)$$

其中，

$k_p$ ， $k_v$  是位置和速度的反馈增益。

$\dot{x}_{max}$  是允许速度的上限。

为了控制机器的位置，控制系统必须了解机器在哪里。控制系统有两种方式来估计机器在房间中的位置。一种是对估计出来的前向速度  $\dot{x}$  作积分。另一种估计机器的位置的方式是使用固定在实验室天花板上的光电传感器来追踪机体上的光源。传感器与全球导航时的地球同步卫星扮演相同的角色。

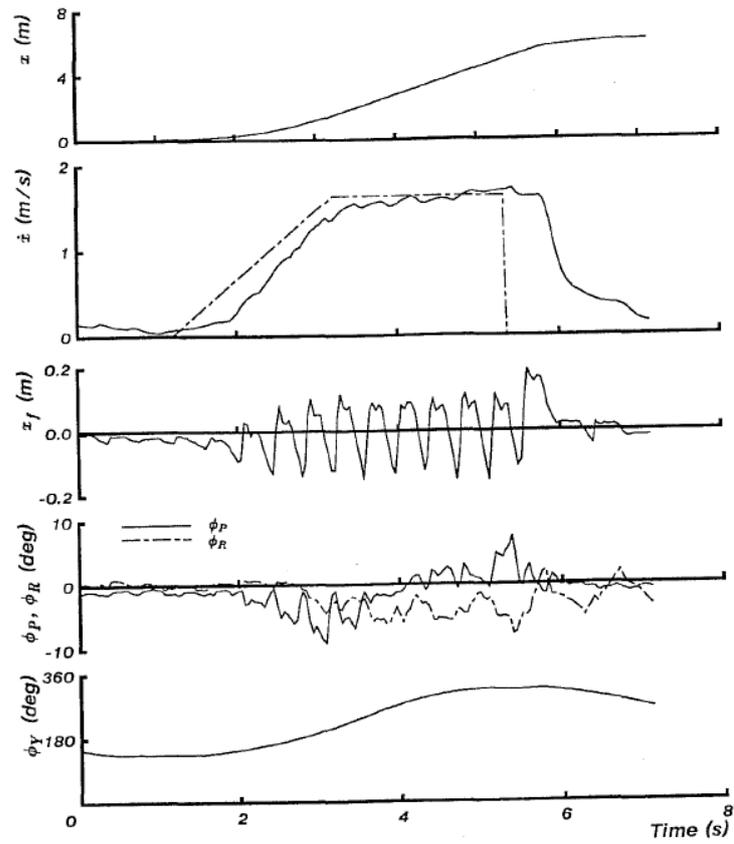


图 3.8 测试速度控制的方法：通过让  $x$  方向上的期望速度以  $1.0\text{m/s}$  的加速度从  $0.0$  变化到  $1.6\text{m/s}$ ，然后维持在设定点  $2\text{s}$ ，然后设置速率的设定点为零（第二个图中的点划线）。机体的朝向方向  $\phi_Y$  是被测量而不是被控量。另外，图中还显示了机器在房间中的位置（顶部图），机腿相对于髋部的位置（中间图），以及机体的航向角方向（底部图）。摘自 Raibert, Brown 和 Chepponis (1984)。

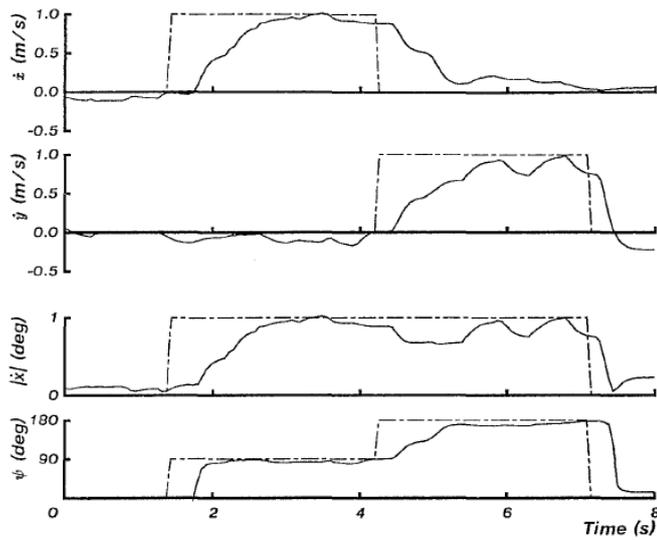


图 3.9 所需方向上的阶跃变化会在保持所需速度恒定的同时生成直角转弯。最上面的两条曲线绘制了所需的速度和测得的速度。底部的两条曲线显示了速度和航向。转身在两步中完成。

摘自 Raibert, Brown 和 Chepponis (1984)。

图 3.10 绘制了机器在一个定点位置跳动时的位置图，在控制中使用的是积分方式的位置估计。机器在设定点的  $\pm 0.2\text{m}$  内保持不动。对于定点跳动，该偏差这种尺度下的是很典型的。通过光电系统测量的位置也在图中绘制出来了。积分得到的数据和光电传感器的测量值之间的差异显示了积分器固定的  $0.5\text{mm/step}$  的积分漂移。这意味着，如果命令机器跳到一个点并且使用积分器进行控制，则可能会在一分钟内漂移一米。对于人蒙着双眼时的单腿跳跃的非正式实验表明，他们经常以相似的量漂移。对于跳跃机器的情况，漂移的主要来源是陀螺仪校准误差以及有脐带电缆在机器上施加的未被建模的力。当希望前向速度恒定时，脐带电缆却会在飞行过程中加速机器。

图 3.10 还显示了对外部干扰的响应。大约 7 秒钟后，当机器跳动到位时，实验者在猛地向机器的身体施加了一个水平击打（图 3.10 中的垂直虚线）。机器仍保持平衡并在几秒钟后返回到位置设定点。当在 roll 轴和 pitch 轴上受到较大的扭转扰动时，系统也能保持其平衡。

为了对在位置控制下的另一个性能进行衡量，控制计算机指定了一个预先计划好的位置设定顺序。每次操作员按下按钮，控制系统依顺序前进到下一个位置设定点。该位置点顺序形成一个边长为  $2\text{m}$  的方形路径。数据展示在图 3.11 中。当  $y_d=0$  时，脐带电缆造成的固定的位置误差大于为  $0.3\text{m}$ ，其中要求脐带电缆足够长，要能够允许机器到达  $y=0$  的位置，也要足够的短来施加一些拉力。当脐带电缆产生的力与控制系统产生的加速度相同时，系统达到平衡。图 3.12 是在机

器遍历方形路径期间的照片，但是是光电系统提供的位置信息被用于控制。

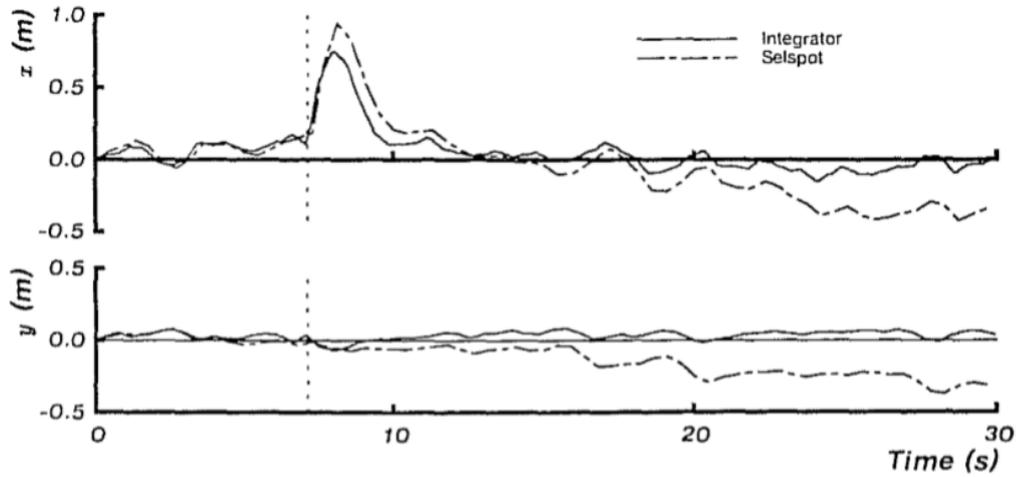


图 3.10 3D 单腿机器在位置控制模式下的跳动。控制系统对前向速度积分，以确定和控制机器在房间中的位置。其精度为 $\pm 0.2\text{m}$ 。挂载在天花板上的光电系统提供关于机器位置的独立测量。光电系统和积分器之间发散的差异显示出了积分器的积分漂移。竖直虚线所在时刻为实验人员用手向机器外框架施加猛烈的水平推动，而机器在几秒钟之后回到位置设定点。摘自 Railbert, Brown 以及 Chepponis (1984)。

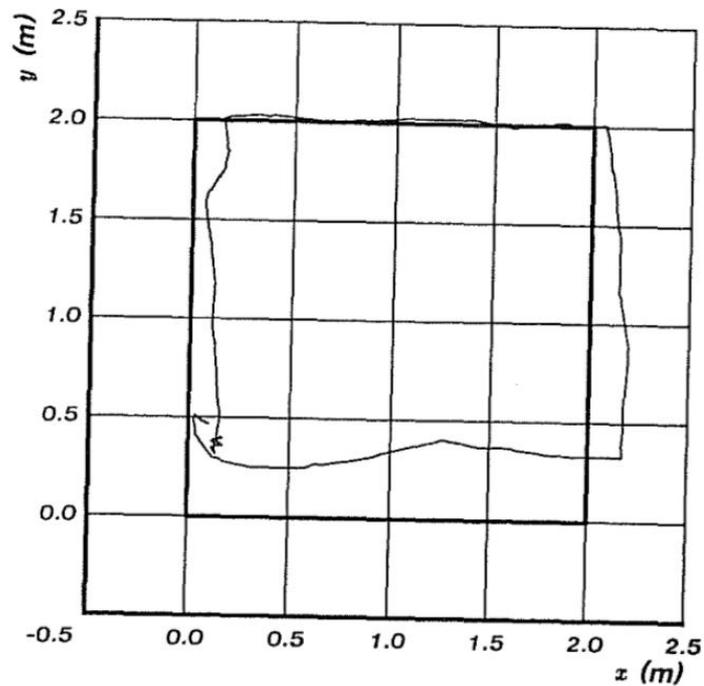
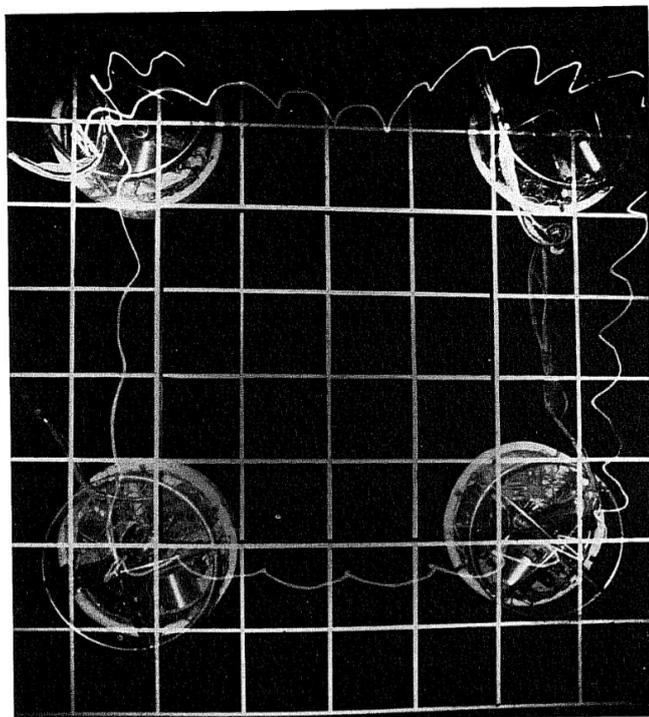


图 3.11 3D 跳跃机器遍历方形路径时的数据记录。控制系统对前向速度积分，以估计和控制机器在房间中的位置。期望的路径和测得的路径都在  $x$ - $y$  平面绘制出。其中期望的路径由粗实线

---

标出，起点为  $(0,0)$ ，依次通过  $(0,2)$ ， $(2,2)$ ， $(2,0)$  和  $(0,0)$ 。摘自 Railbert, Brown 以及 Chepponis (1984)。



**图 3.12** 3D 单腿机器在遍历方形路径时的鸟瞰图。每次操纵员按下按钮时，机器都会从一个点前进到下一个先安排好的位置设定点。固定在天花板的光电传感器提供位置测量值，该测量值被用于位置控制。遍历整个路径，机器大约花了 14s。相机朝下固定在天花板上。图中花边白线来自于一个固定在机体顶端的小光源。摘自 Railbert, Brown 以及 Chepponis (1984)。

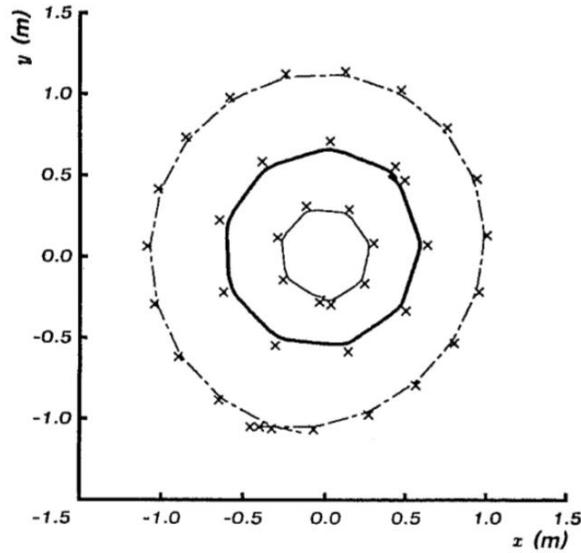


图 3.13 圆形路径。当前向速度为固定值，且每步中机腿都带有一个固定的侧向位移时，仿真单腿跳跃机器沿着一个圆形路径运动。曲线显示了重心的路径，其中 x 标记为足支撑点。曲线

半径随前向速度和侧向加速度变化。（粗线： $|\dot{x}| = 0.6m/s$ ， $x_{f\Delta} = 0.04m/s$ ；实线： $|\dot{x}| = 0.4m/s$ ， $x_{f\Delta} = 0.04m/s$ ；点划线： $|\dot{x}| = 0.6m/s$ ， $x_{f\Delta} = 0.02m/s$ ）。

摘自 Murthy (1983)

### 圆形奔跑

机腿从运动平面的偏离会引入一个侧向加速度并改变前进方向。控制系统可以操作机腿的侧向位移使机器沿着特定曲率的圆轮廓运动。在单腿跳跃前进方向的改变量是前向速度和净加速度向量的函数：

$$\Delta\psi = \arccos\left(\frac{\dot{x} \cdot \Delta\dot{x}}{|\dot{x}| |\Delta\dot{x}|}\right) \quad (3.10)$$

控制系统可以通过调整机腿侧向位移和奔跑速度来控制转弯量。

图 3.13 绘制了计算机 3D 单腿机器绕圆奔跑的仿真数据。每一个圈的期望的前向速度和侧向机腿偏移是一个常量。通过改变侧向机腿偏移量和速度都可以曲率半径。正如该仿真中所示范的，机器改变运动路径曲率半径的能力反映了在任意平面轮廓路径的通行能力。图 3.14 展示了仿真跳跃机器遍历以个方形路径。

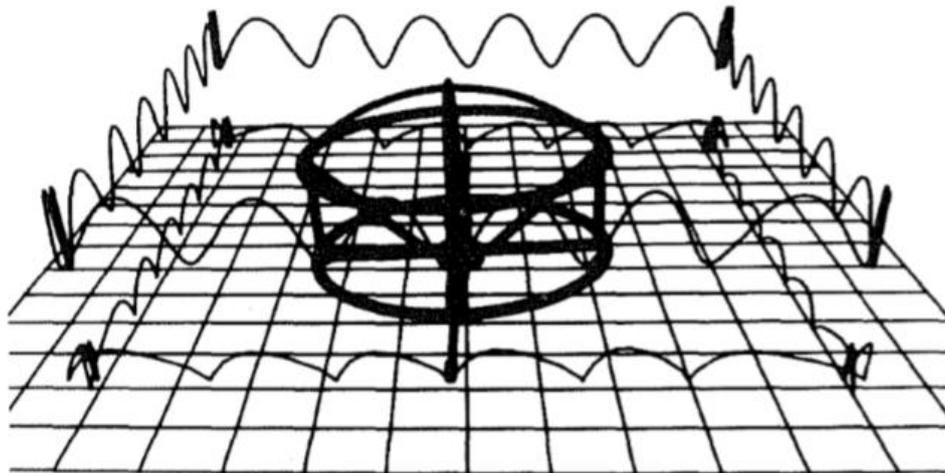


图 3.14 3D 机器人的遍历方形路径的计算机仿真。上面的轨迹标记出髋部的路径，下面的轨迹标记出机腿的路径。摘自 Murthr 和 Railbert (1983)。

## 总结

为平面单腿机器人提供控制的技术非常容易地推广到三个维度。用于平面机器人的三部分组成方法保留了通用性，并且易于实现。前向速度的控制需要矢量计算以确定机脚的合适位置，以提供平衡和加速度。通过检视运动平面中的速度和加速度的情况，可以使机腿放置的效果保持简单。为了控制身体姿势，控制系统在允许机器人的朝向自由旋转，但对身体的 pitch 和 roll 轴进行伺服控制。

实验表明，在原地跳动和在实验室中运动时，这种 3D 跳跃机器人能够在没有外部支撑的情况下就保持平衡。它以  $\pm 0.25 \text{ m/s}$  的精度跟踪期望速度的斜率以及跟踪方向的突然变化。在较高速度下，由于估算 CG 投影的长度和中性点的位置都不够精确，系统始终比指定的运行速度慢。最高记录的运行速度为  $2.2 \text{ m/s}$  ( $4.8 \text{ mph}$ )。

控制系统可以通过对估计出的前向速度积分，确定出机器在实验室中的位置。在固定位置设定点的情况下，机器人能够以大约  $\pm 0.2 \text{ m}$  的精度跳动到位。机器人也遍历了方形路径，但是由于脐带缆在方形的一侧上施加了较大的干扰力，因此精度不是很高。手动施加扰动是，机器人能够保持平衡。

### 附录 3A 3D 单腿机器的运动学

我们定义了三个坐标系 {W}，{H} 和 {B}。坐标系 {W} 是固定在实验室中的世界坐标系。坐标系 {H} 的原点随髋部一起运动，但是它的方向保持与 {W} 平行。可以将坐标系 {H} 视为固定在陀螺仪最里面的万向节上。对于 {W} 和 {H}，其 z 轴与重力矢量对齐并指向上。坐标系 {B} 固定在机体上，它的原点同样随髋部一起运动，但是 {B} 相对于 {W} 和 {H} 会改变方向。欧拉角指定 {B} 系的方向，分别是  $(\phi_Y, \phi_R, \phi_P)$ 。髋部和腿部执行器决定了腿部在坐标系 {B} 中位置。

假定  ${}^P \mathbf{x}$  表示坐标系 {P} 中的向量。则，从坐标系 {B} 到坐标系 {H} 的变换关系是：

$${}^H \mathbf{x} = {}^H \mathbf{T}^B \mathbf{x}, \quad (3.11)$$

其中，

$${}^H \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \phi_P \cos \phi_Y & -\cos \phi_R \sin \phi_Y & -\cos \phi_P \sin \phi_R \sin \phi_Y & 0 \\ -\sin \phi_P \sin \phi_R \sin \phi_Y & & -\cos \phi_Y \sin \phi_P & \\ \cos \phi_P \sin \phi_Y & \cos \phi_R \cos \phi_Y & \cos \phi_P \cos \phi_Y \sin \phi_R & 0 \\ +\cos \phi_Y \sin \phi_P \sin \phi_R & & -\sin \phi_P \sin \phi_Y & \\ \cos \phi_R \sin \phi_P & -\sin \phi_R & \cos \phi_P \cos \phi_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

从坐标系 {H} 到 {B} 的变换是

$${}^B \mathbf{x} = {}^B \mathbf{T}^H \mathbf{x}, \quad (3.12)$$

其中，

$${}^B \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \phi_P \cos \phi_Y & \cos \phi_P \sin \phi_Y & \cos \phi_R \sin \phi_P & 0 \\ -\sin \phi_P \sin \phi_R \sin \phi_Y & +\cos \phi_Y \sin \phi_P \sin \phi_R & & \\ -\cos \phi_R \sin \phi_Y & \cos \phi_R \cos \phi_Y & -\sin \phi_R & 0 \\ -\cos \phi_P \sin \phi_R \sin \phi_Y & \cos \phi_P \cos \phi_Y \sin \phi_R & \cos \phi_P \cos \phi_R & 0 \\ -\cos \phi_Y \sin \phi_P & -\sin \phi_P \sin \phi_Y & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

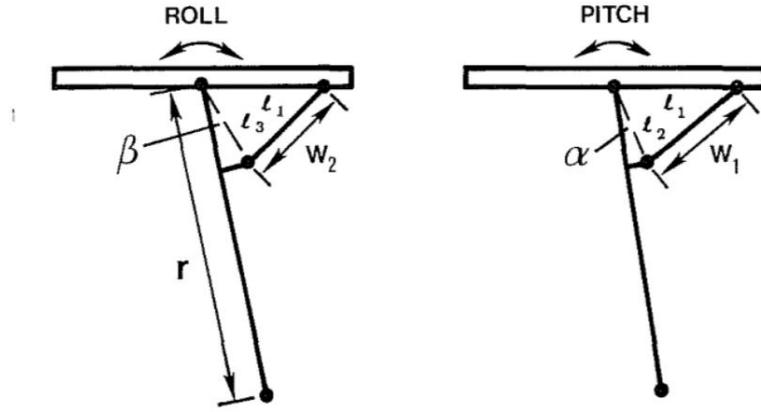


图 3.15 显示了执行器、髋关节和机腿的运动学的图。髋部执行器长度用  $w_1$ 、 $w_2$  表示，机腿长度用  $r$  表示。  $l_1 = 0.345m$ ，  $l_2 = 0.0508m$ ，  $l_3 = 0.0762m$ ，  $\alpha = 8.46^\circ$ ，  $\beta = 8.46^\circ$ 。

图 3.15 显示了将髋部执行器连接到腿的连接关系。从执行器长度到脚相对于髋部的机腿位置的正向变换，表示在机体坐标自 {B} 中为：

$${}^B \mathbf{x}_f = {}^B \mathbf{T}(\mathbf{w}) = \begin{cases} x_f = r \cos \left\{ \arccos \left( \frac{w_1^2 - l_1^2 - l_2^2}{-2l_1 l_2} \right) + \alpha \right\} \\ y_f = r \cos \left\{ \arccos \left( \frac{w_2^2 - l_1^2 - l_3^2}{-2l_1 l_3} \right) + \beta \right\} \\ z_f = \sqrt{r^2 - x_f^2 - y_f^2} \end{cases} \quad (3.13)$$

从机腿位置到执行器长度逆向变换为：

$$\mathbf{w} = {}^B \mathbf{T}({}^B \mathbf{x}_f) = \begin{cases} w_1 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos \left\{ \arccos \left( \frac{x_f}{-r} \right) - \alpha \right\}} \\ w_2 = \sqrt{l_1^2 + l_3^2 - 2l_1 l_3 \cos \left\{ \arccos \left( \frac{y_f}{-r} \right) - \beta \right\}} \\ r = -\sqrt{x_f^2 + y_f^2 + z_f^2} \end{cases} \quad (3.14)$$

执行器变量和脚位置之间的整体正向和反向转换为：

---

$${}^H\mathbf{x}_f = {}^H_B\mathbf{T} {}^B_A\mathbf{T}(\mathbf{w}) = \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{w}), \quad (3.15)$$

$$\mathbf{w} = {}^A_B\mathbf{T}({}^B_H\mathbf{T} {}^H\mathbf{x}_f) = \mathbf{F}({}^H\mathbf{x}_f). \quad (3.16)$$

## 第 4 章 双足和四足机器人奔跑

在前两章中介绍了机器人动态奔跑所采用的最简单、最常用单腿控制模型与控制方法。单腿模型忽略了多足机器人存在的末端物理干涉问题，同时也为我们揭示了机器人实现动态稳定控制和跳跃的本质，即机器人的主动动态平衡控制。本节中主要讨论的是基于单腿控制模型实现的机器人快速奔跑，本节中的控制方法并不包实际四足机器人所需要的复杂步态规划，因为单腿模型仅能依靠不断跳跃来保证自身的动态稳定，希望通过学习本节内容能更好地帮助我们了解多足机器人奔跑的原理。

基于单腿模型实现机器人奔跑的核心实际就是将双足或多足机器人简化单腿构型，采用前文介绍的降维解耦控制原理来实现机器人的稳定奔跑。下文将首先介绍如何将多足机器人简化为单腿模型的方法，该方法成立的前提是机器人在同一时刻仅有一条腿处于支撑状态，最终借助虚拟腿概念就可降维解耦控制的理想推广至 Trot、Pace 和 Bound 等多种不同的步态中。如下图所示的实验系统就将双足机器人两个物理腿抽象为一条虚拟腿，之后仅对其进行控制和落足点规划，最终实现了在二维锁定下双足机器人的快速奔跑。

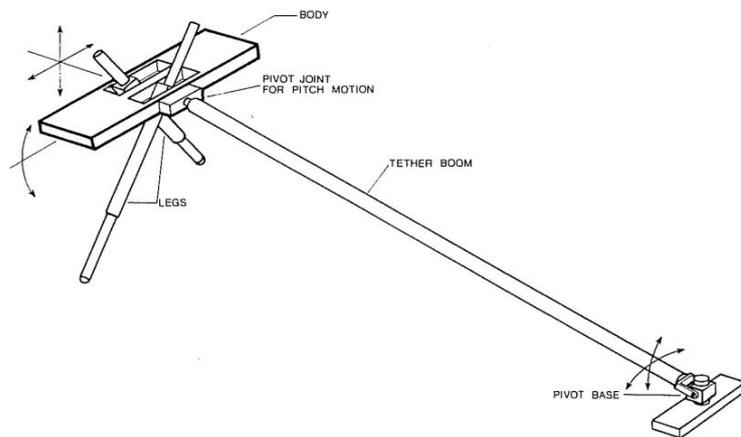


图 4.1 上图为限制了横滚角运动的双足机器人测试系统，机器人能环绕半径为 2.5m 的圆弧连续奔跑，并基于本体传感器和运动学解算完成对机器人高度、速度估算，测试系统的供电系统与控制器均放置于圆心万向节基座固定装置上

### 单腿稳定控制方法

本小节将介绍采用单腿模型实现三通道解耦控制的原理，所构建的测试系统主要由液压伺服驱动器、储能弹簧、铝合金机体、膝关节旋转执行器和 IMU 惯性传感器组成。首先我们介绍如何将多条物理腿抽象为一条虚拟腿的方法，通过观察动物奔跑可以发现单腿跳跃和双足奔跑具有很多的共同点，比如同一时刻仅有

一条腿进行支撑而另一条腿处于腾空状态并向落足点跨越，通过在奔跑中让支撑/摆动两个相位周期交替最终实现了动态稳定，人类奔跑就是一个十分典型的案例。

综上，当支撑与摆动相不存在重合时间的前提下就可以采用单腿模型进行解耦控制，其包括对支撑相使用弹簧力输出控制机身高度和跨关节扭矩输出控制俯仰角度，腾空相采用跨关节输出控制落足位置进而调节机器人运动速度，当上述两个过程以步态周期连续交替时就能实现对机体高度、速度和姿态角的连续控制，即动态平衡。可见，要实现双足机器人的解耦控制其核心是规划支撑摆动相位满足控制要求，即步态规划。

### 二维平面约束下的双足机器人奔跑

下图展示了由 Jessica Hodgins and Jeff Koechling 设计的双足机器人系统，其采用单腿模型实现了稳定的高速奔跑，所采用的执行器、传感器与之前章节的单腿跳跃系统一致，为简化控制问题该系统对机体横滚运动进行了约束，腿部除了采用液压伺服外还增加了弹簧提高跳跃储能。

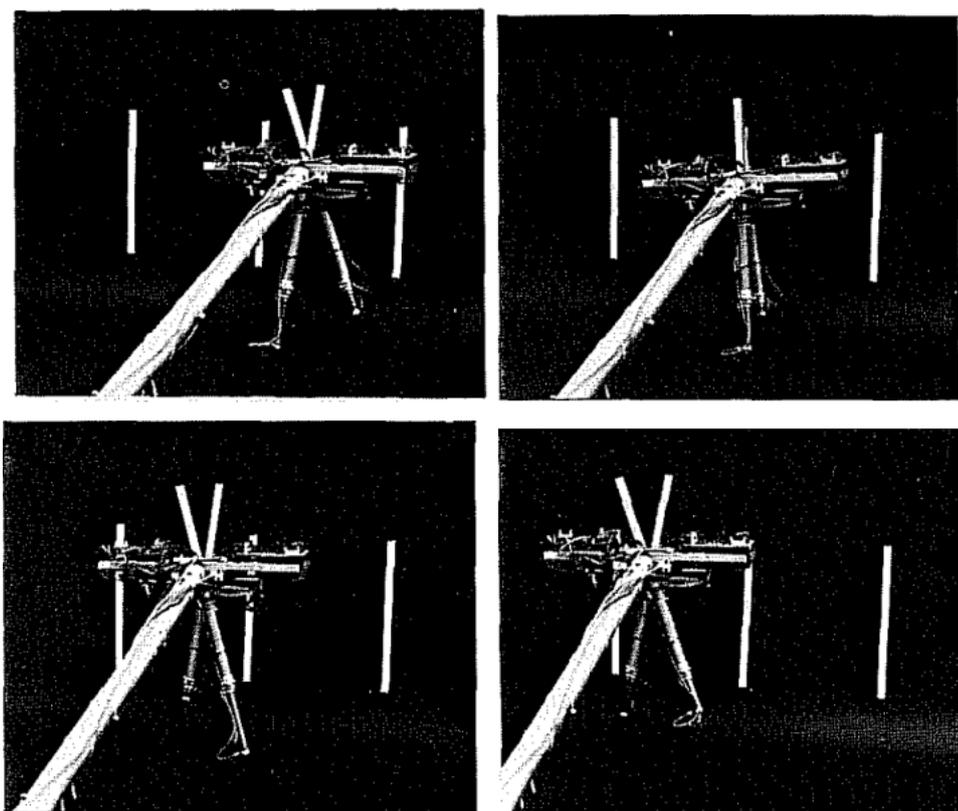


图 4.2 横滚轴受约束下的双足奔跑系统

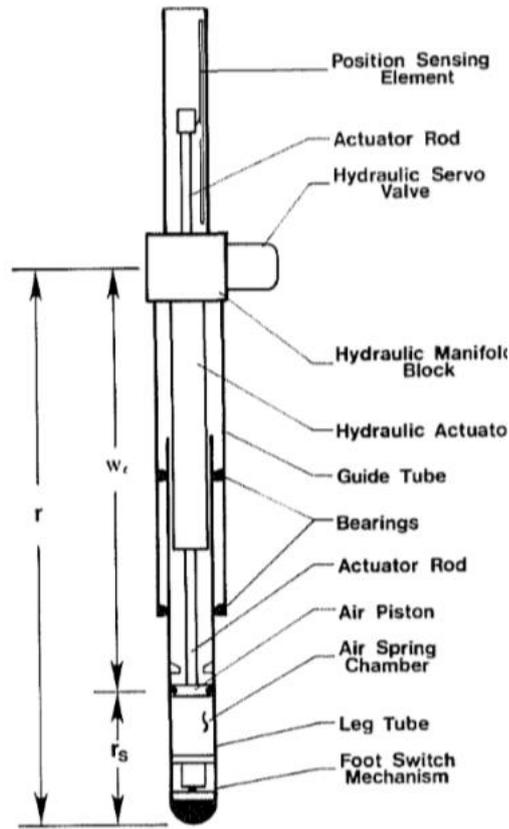


图 4.3 上图为机器人所采用的单腿机械结构设计，单腿主要由液压执行器和储能弹簧构成，可以通过测量液压缸流量和弹簧压缩行程估计机器人与地面的接触力，具体的物理参数如表 4.1 所示

下图给出了双足机器人弹跳对应的有限状态机，其主要包括 6 个状态，每个状态都有各自的动作输出和状态切换条件，为方便描述将两腿分别命名为 A、B 相，支撑相基于三道解耦原理完成弹跳高度控制、姿态控制和前后速度的控制。

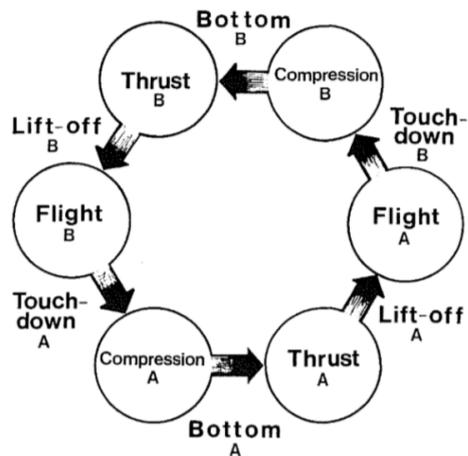


图 4.3 上图为双足机器人步态相序规划的主状态机，可以看到当 A 腿支撑时 B 腿处于腾空弹

跳状态，二者依次反复循环，状态切换依据各腿传感器数据和步态调度时间触发

奔跑实验中系统的数据波形如图 4.3 所示，可以看到机器人在奔跑中具有较好稳定性，俯仰角呈周期波动并且误差较小，最高的奔跑速度为 4.3m/s，并且在实验中机器人能在快速奔跑与原地弹跳间平滑切换。

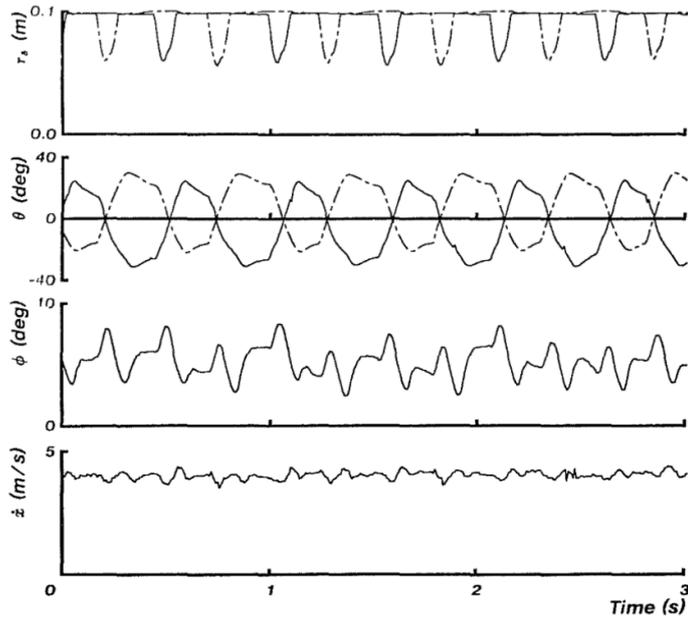


图 4.3 上图为双足机器人奔跑的波形，图 1 显示了各腿弹簧压缩的行程，图 2 为各腿跨关节的角度，图 3 为奔跑中俯仰角变换，图 4 为机器人实时速度，最高速度 4.3m/s

表 4.2 双足奔跑状态机

| 当前状态    | 触发条件      | 执行动作                             |
|---------|-----------|----------------------------------|
| A 相腾空   | A 相触地     | A 相跨关节力矩为 0<br>B 相腾空收缩，跨关节角度保持不动 |
| 压缩 A 相  | A 相弹簧开始压缩 | A 相支撑调节姿态<br>B 相摆动到落足点对应角度       |
| A 相回复   | A 相弹簧伸长   | A 相调节姿态，弹簧刚度上升<br>B 相摆动到落足角度     |
| A 相全力蹬腿 | A 相伸长全长   | A 相跨关节力矩为 0 姿态<br>B 相维持落足点角度     |

### 采用单腿简化模型实现的四足机器人奔跑

通过降维简化可以采用单腿模型实现对双足或单足机器人的控制，理论上该虚拟腿概念能推广到任意条腿构型中，进一步需要考虑如何规划摆动腿顺序与落足点即可，如可采用{左前 LF 右后 RH 右前 RF 左后 LH}或其他顺序。另外，对四足机器人来说其前后腿跨关节间距较远，无法忽略二者的距离，因此需要引入

中性点概念来完成摆动腿规划，虽然可以将虚拟腿放置于机器人质心位置提供支撑，但仍需要进一步考虑多腿摆动时的物理干涉问题。如下图所示，在大自然中动物可以保证足端在质心下方同时摆动腿有较大的工作空间进行加速和位姿调节，虽然跨关节离质心很远但同样实现对质心支撑。

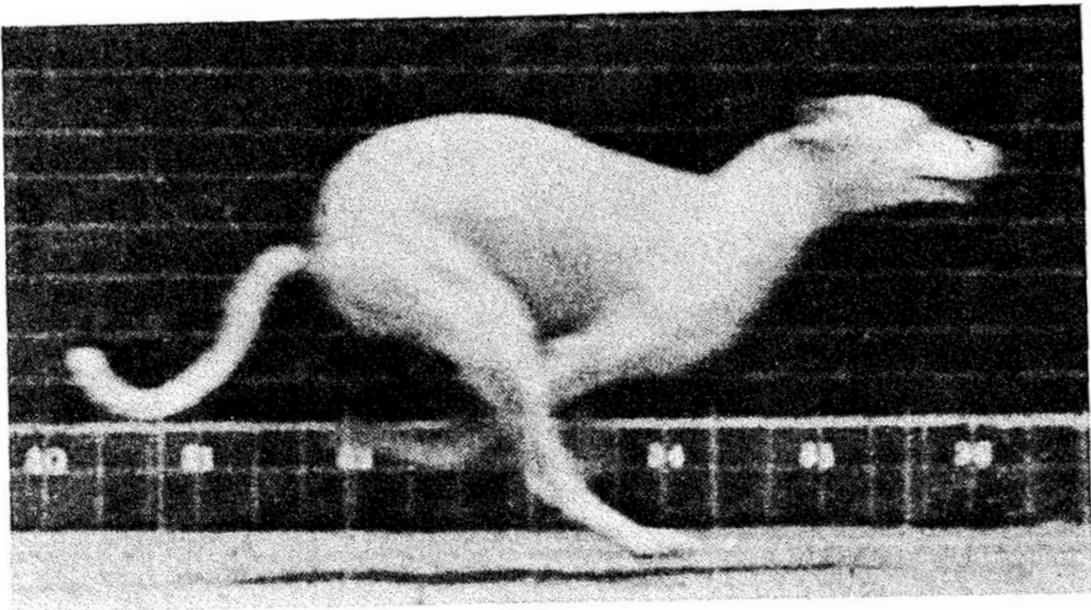


图 4.4 Bound 步态奔跑下的狗高速相机捕捉图，虽然跨关节离质心较远但通过交叉摆动，在保证不干涉的前提下足端在机体下方提供支撑

如上图所示，狗通过调节落足点位置位于质心下方，实现对其周期性的动态支撑。移动中摆动腿向前跨越，支撑腿向后移动，而为保证机体的稳定性步频比单腿跳跃更高。在第 5 章中我们将进一步讨论四足机器人的稳定控制问题，通过对称的步态相序和控制输出来产生补偿身体俯仰扰动。

综上，采用单腿降维模型实现奔跑即将两组虚拟腿划分为支撑相和腾空相，理论上虚拟腿概念向任意条腿的机器人进行推广，但需要解决实际样机中可能存在的物理干涉问题。

### 虚拟腿概念

本节之前提到当多条成对腿协调运动时可采用一条虚拟腿来抽象的“虚拟腿”概念。以四足机器人对角步态为例，可将斜对角线上两条腿抽象为两组虚拟腿从而建立一个双足模型，上述方法可以拓展到 Trot、Pace 和 Bound 等多种步态中，则这样就可以实现一组腿在摆动控制速度的同时另一组腿支撑质心完成动态平衡。

上述方法由 Sutherland's 首次提出并应用于其设计的人形机器人系统中，上述步态典型的虚拟腿简化方式如图 4.7 所示。基于刚体假设，作用在虚拟腿和两个腿上产生的力与力矩一样，足底力对机体产生的转动惯量一样。对于虚拟腿的落足位置来说，各物理腿具有与虚拟腿相对虚拟跨关节一致的落足偏差。

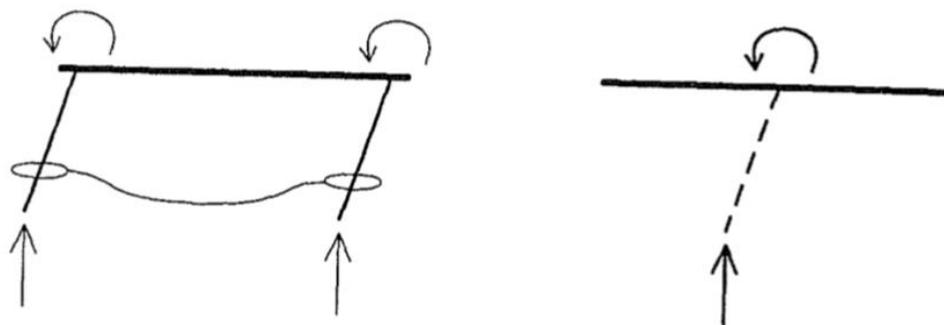


图 4.7 Trot 步态下的虚拟腿简化示意图，当两条腿同步运动时可以抽象一条等效的虚拟腿，原始腿和虚拟腿在机体产生相同的力和转动惯量，上图中虚拟跨关节放置于机体中心也就是质心位置

另外，之前提到了简化模型需要保证同一时刻只有一组支撑相，因此采用虚拟腿概念设计步态时还要保证两个物理腿同时触地和离地，这样才能产生相匹配的足力并进一步在在物理腿中进行分配。

综上，物理腿足力输出时的力平衡是该框架中最重要的概念，通常在控制中假设虚拟腿位于两物理腿连线中点，通过构建静力学模型参考本小节附录 4，就可以完成对虚拟力输出的分配求解。

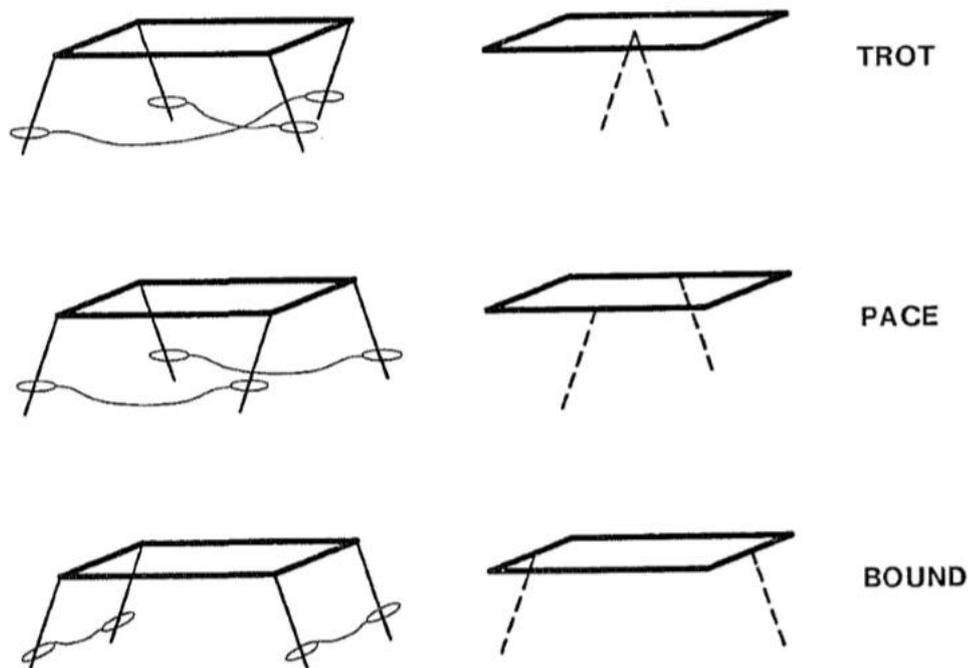


图 4.8 三种典型步态的虚拟腿抽象方法，如在 Trot 步态中对角腿成对运动，在相同时间实现触地和离地，二者具有同步的摆动相。在 Pace 步态中侧左右两侧腿成对运动，Bound 步态中则前后两组成对，基于上述原理采用虚拟腿简化同步运动的物理腿

如上图所示对 Trot 步态来说虚拟腿构建于两支撑腿连线中点，对 Pace 步态虚拟腿构建在两侧腿的中间，Bound 步态在前后量侧腿的中间。在 Bound 步态虚拟腿无法在质心处提供支撑，足端很可能由于机械尺寸约束无法靠近质心，因此可能无法简单地将 Bound 归入 Trot 和 Pace 统一的控制框架中，其对俯仰轴的控制是一个十分重要的研究内容。

虚拟腿简化控制的核心是如何将虚拟腿产生的虚拟力和力矩控制量分配到每条物理腿上，如果两个物理腿距离为  $2D$  则虚拟腿可以位于二者连线中点位置，对于跨腿落足点只需要将虚拟腿相对虚拟跨关节偏差同等分配至物理腿上，对侧向控制所需的  $Y$  方向落足点规划也一样。

综上，虚拟腿将步态控制简化为两个状态，一将两个物理腿近似为与虚拟腿一致的行为，二是采用三通道降维解耦方式实现对高度、速度和姿态的控制。

### 基于虚拟腿的四足机器人步态实验

为了验证上一节虚拟腿理论可行性，文中建立了一个四足机器人如图 4.9 和 4.10 所示，并采用所提方法实现了 Trot 步态移动，具体实验结果和算法细节如下所述。

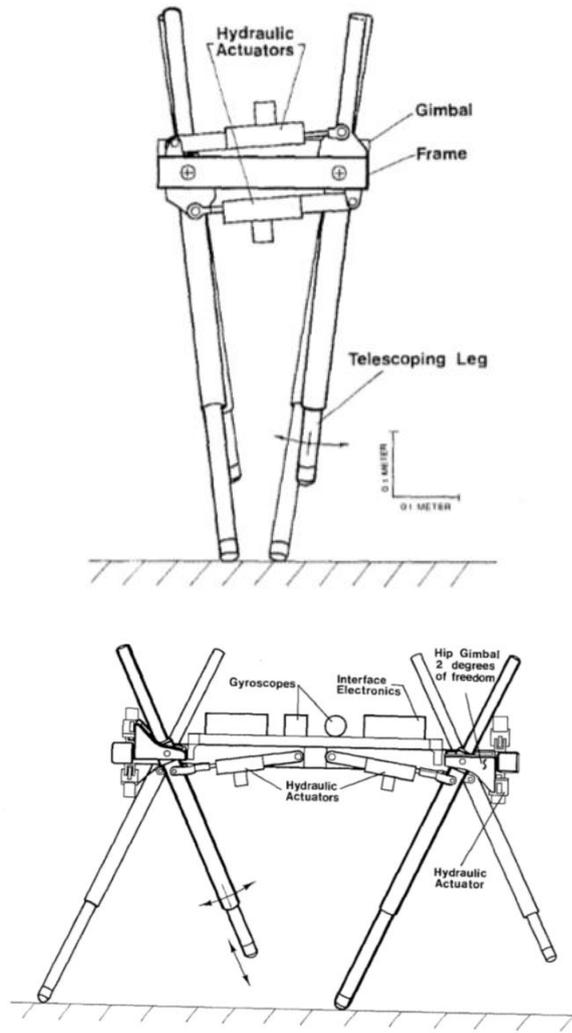


图 4.9 上图为实验使用的四足机器人，其采用铝制机身承载液压执行器、陀螺仪、主控计算机和其他电子设备，每个执行器有两个液压缸实现对腿部角度和长度的调节，从而改变各腿刚度，机载传感器能实时测量腿长、足端速度和压力，控制系统实时估计各腿触地状态、机体俯仰横滚角度

四足机器人采用了之前提到的单腿弹跳方法计算落足点位置，通过在飞行相规划落足点实现前向速度控制：

$$x_{f,d} = \frac{\dot{x}Ts}{2} + k_p(\dot{x} - \dot{x}_d)$$

其中  $x_{f,d}$  为虚拟腿相对期望落足位置， $\dot{x}_d$  为机体坐标系下的期望速度， $k_p$  为反馈误差增益。

在支撑控制时机体姿态通过跨关节的虚拟伺服控制率实现：

$$\begin{aligned} \tau_x &= -k_{p,x}(\phi_P - \phi_{P,d}) - k_{v,x}\dot{\phi}_P \\ \tau_y &= -k_{p,y}(\phi_R - \phi_{R,d}) - k_{v,y}\dot{\phi}_R \end{aligned}$$

其中  $\tau_x$  为虚拟跨关节扭矩,  $\phi_p$  为机体俯仰横,  $\phi_R$  为滚角度,  $k_{p,x}$  为比例系数,  $k_{v,x}$  为阻尼系数。

在该实验中采用一个双通道遥控器给定 X-Y 轴的速度命令, 状态估计器假设支撑时足尖与地面无滑移结合机器人运动学对速度进行估计。

表 4.3 四足机器人机械参数

| Parameter                            | Metric Units              | English Units             |
|--------------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Overall length                       | 1.05 m                    | 41.2 in                   |
| Overall height                       | 0.95 m                    | 37.5 in                   |
| Overall width                        | 0.35 m                    | 13.8 in                   |
| Hip height (max)                     | 0.668 m                   | 26.31 in                  |
| Hip spacing (x)†                     | 0.776 m                   | 30.56 in                  |
| Hip spacing (y)                      | 0.239 m                   | 9.40 in                   |
| Leg sweep angle (x)                  | ±0.565 rad                | ±32.4°                    |
| Leg sweep angle (y)                  | ±0.384 rad                | ±22.0°                    |
| Leg stroke (hydraulic)               | 0.229 m                   | 9.0 in                    |
| Leg stroke (spring)                  | 0.102 m                   | 4.0 in                    |
| Body mass                            | 25.2 kg                   | 55.4 lb                   |
| Body moment of inertia (x)           | 0.257 kg · m <sup>2</sup> | 880 lb · in <sup>2</sup>  |
| Body moment of inertia (y)           | 1.60 kg · m <sup>2</sup>  | 5470 lb · in <sup>2</sup> |
| Body moment of inertia (z)           | 0.86 kg · m <sup>2</sup>  | 6340 lb · in <sup>2</sup> |
| Leg mass, total                      | 1.40 kg                   | 3.08 lb                   |
| Leg mass, unsprung                   | 0.286 kg                  | 0.63 lbm                  |
| Leg moment of inertia<br>(about hip) | 0.14 kg · m <sup>2</sup>  | 480 lb · in <sup>2</sup>  |
| Leg spring stiffness @20 psi         | 2100 N/m                  | 12 lbf/in                 |
| Hip torque, @2000 psi (x)            | 111 N · m                 | 983 in · lbf              |
| Hip torque, @2000 psi (y)            | 77.6 N · m                | 687 in · lbf              |
| Leg thrust, @2000 psi                | 765 N                     | 172 lbf                   |

† x—fore and aft, y—sideways, z—up and down.

上述实验中, 基于弹簧负载倒立摆 SLIP 模型认为腾空相时机器人速度保持恒定。在支撑周期  $T_s$  内系统完成对液压伺服执行器流量的控制, 进而改变虚拟腿的长度和虚拟弹簧刚度, 则物理腿的实际长度长度为液压缸长度加上弹簧长度, 虚拟腿长度为两个物理腿的平均长度。

### 引入虚拟腿理论

为了让腿协调成对工作, 需要对物理腿进行落足进行同步, 保证它们在每个步态周期内仅有支撑和摆动状态。对于 Trot 步态来说落足选择十分简单因为前后两腿跨关节位置相对质心对称, 虚拟腿放置在二者连线中点, 则各物理腿相对

跨关节落足点偏差与虚拟腿相对质心（虚拟跨关节）偏差一致：

$$\begin{aligned}x_{h,i,d} &= x_{h,j,d} = x_{f,d} \\y_{h,i,d} &= y_{h,j,d} = y_{f,d}\end{aligned}$$

其中  $x_{h,i,d}$  为第  $i$  条腿相对跨关节的足端 X 方向偏差， $x_{f,d}$  为虚拟腿相对质心的落足偏差。

当知道了每个腿的落足点，基于正逆运动学就可以解算出各关节角度进一步换算出液压执行器长度（具体计算方法在本小节附录 4B 中）。

为了保证两个腿同步触地，提前落地的腿需等待后者触地才能进行相位的切换，简单来说可以基于 IMU 位置数据计算各腿所需要的实际长度，但该方法仅适用于平地，另一种更好的方法是通过力控代替位置逆解，即采用阻抗控制的思想在一条腿触地后进入柔顺压缩阶段直到另一个腿触地，之后对于虚拟腿来说才正式进入支撑相。

最终，将上述虚拟控制量采用执行器输出，即通过控制直线液压缸长度来完成支撑过程中所需的弹簧力输出：

$$\omega_{l,i,d} = \omega_{l,i} + \frac{r_{s,i} - r_{s,j}}{2}$$

其中  $\omega_{l,i}$  为液压缸的长度， $r_{s,j}$  为当前长度， $r_{s,i}$  为期望长度。

这种差动调节迫使弹簧压缩行程一致从而产生相同的轴向力，一旦知道所需执行器的长度就可以基于阻抗控制方法构建简单的 PD 控制产生相应的足端力：

$$f_i = -k_p(\omega_i - \omega_{i,d}) - k_v(\dot{\omega}_i)$$

其中  $f_i$  为执行器最终信号输出， $\omega_{i,d}$  为期望液压缸长度。

Trot 步态的数据波形如图 4.11 所示，如图所示同步触地后保证了成对腿间仅有较少触地误差，垂直方向上的高度呈现周期变化。如图 4.12 所示所提控制系统对前进速度的控制性能较差，在期望和实际速度间有着较大的稳态误差，俯仰角最大控制误差为  $8^\circ$ ，其波动幅度与前进速度相关，在实验中对横滚角的控制误差在  $5^\circ$  内，但实际上对其的控制相比其他状态更加困难：

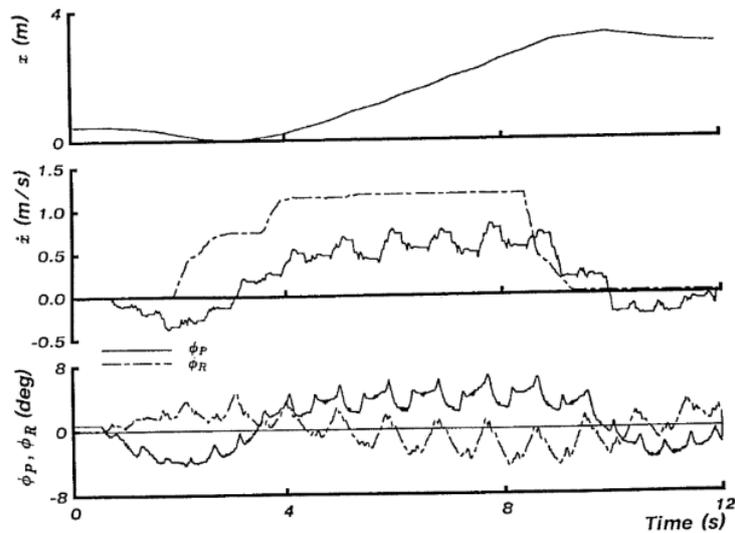


图 4.10 前向奔跑实验波形，通过遥杆给定期望速度，速度控制误差较大

#### 四足机器人控制方法讨论

上文中，我们仅考虑了对虚拟腿力输出分配，对角步态中虚拟腿位置在两物理腿连续中点，这使能我们的能基于之前的单腿模型完成对落足点同步控制，也使得降维解耦控制能扩展至四足机器人中。系统能在触地时调节不同腿的力和力矩控制机体位姿，这样的方式比仅触地瞬间逆解规划腿长的方法能更好的纠正前向速度，但上述所有理论都忽略了机器人腿部质量和惯量，因此仅在腿部质量较轻且步态频率较低的机器人中适用。

虚拟腿力分配即仅考虑静力学下的力平衡问题，当机身负载不均匀时为保证姿态稳定，基于力和力臂关系可知离质心更近的腿需要产生更多的力。另一方面，如果机器人模型是完全可知的则可设计控制器实现对期望命令的精确跟踪即传统的基于模型控制理论，但由于建模误差只有通过重新调节参数才能达到理论控制结果。综上，三通道解耦控制结合虚拟力分配能十分简洁地实现对多足机器人的动态稳定控制，在下一章将继续介绍静力学力分配理论。

#### 本节总结

- 基于虚拟腿理论能将单腿模型运动控制算法扩展到多腿构型中；
- 三通道解耦每个相序仅一条腿虚拟腿支撑/一条虚拟腿腾空，该方法与物理腿的数量无关；
- 在控制中需要合理规划步态相序保证虚拟腿支撑摆动的交替，同时还需要考虑摆动中腿和腿间存在的物理干涉问题。
- 对四足机器人 Trot 步态来说，一对协同运动的物理腿可用一个等效的虚

---

拟腿来表示 (萨瑟兰 1983), 进而采用单腿算法设计合理的步态相序调度有限状态机规划运动步态, 采用静力学分配控制的方式实现支撑相时位姿控制虽然摒弃了机器人自身存在的被动稳定性, 但大大提高了其动态稳定的能力:

## 附录 4A 虚拟腿的力平衡

下文介绍了在虚拟腿控制框架下对物理腿力平衡的静力学分析理论，下图中仅考虑静态情况，其中F为力，T为扭矩：

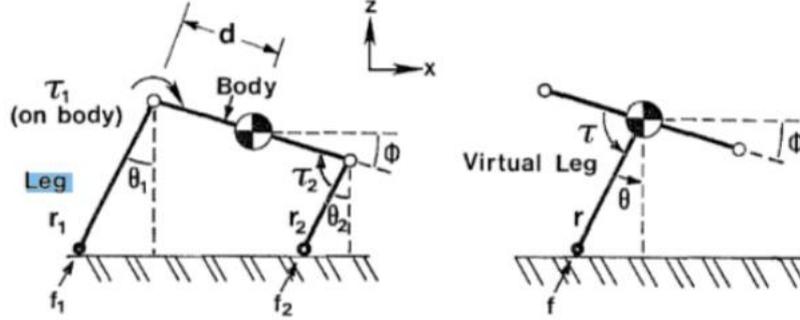


图 虚拟腿力平衡模型

假设虚拟腿足端落在实际腿足端连线上，因此有：

$$r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2 = 2r \cos \theta = 2A$$

机体姿态  $\phi$  与  $\theta_1, \theta_2$  的关系如下：

$$r_1 \cos \theta_1 - r_2 \cos \theta_2 = 2d \sin \phi$$

则基于静力学平衡分析机体平衡力和平衡扭矩有：

$$\begin{aligned} \sum F_x &= f_1 \sin \theta_1 + f_2 \sin \theta_2 - \frac{\tau_1}{r_1} \cos \theta_1 - \frac{\tau_2}{r_2} \cos \theta_2 \\ &= f \sin \theta - \frac{\tau}{r} \cos \theta = B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_z &= f_1 \cos \theta_1 + f_2 \cos \theta_2 + \frac{\tau_1}{r_1} \sin \theta_1 + \frac{\tau_2}{r_2} \sin \theta_2 - mg \\ &= f \cos \theta - \frac{\tau}{r} \sin \theta - mg = C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{cg} &= f_1 d \cos(\theta_1 - \phi) + f_2 d \cos(\theta_2 - \phi) \\ &\quad - \frac{\tau_1}{r_1} (r_1 + d \sin(\theta_1 - \phi)) - \frac{\tau_2}{r_2} (r_2 - d \sin(\theta_2 - \phi)) \\ &= -\tau = D \end{aligned}$$

基于上述等式我们能求解出满足静力学约束的执行器角度和长度即对应物理腿出力矢量输出的方向和幅值：

$$r = \frac{A}{\cos \theta}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{B+D/A}{C}\right)$$

$$\tau = D$$

$$f = \frac{B + \tau / r \cos \theta}{\sin \theta}$$

则对虚拟腿来说如果假设机体物理腿偏角很小，可近似计算  $f_1 = f_2, r_1 \sin \theta_1 = r_2 \sin \theta_2$ ，则虚拟腿力矩输出和方向可近似为：

$$r \approx \frac{r_1 + r_2}{2}$$

$$\theta \approx \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

$$f \approx 2f_1$$

$$\tau \approx \tau_1 + \tau_2$$

#### 附录 4B 四足机器人运动学

由于该机器人构型基本淘汰，运动学推导推荐查看更正式的机器人教学书籍！

---

## 第 5 章 奔跑中的对称性

机器人的跑步是一系列的弹跳运动和滞空运动组成的, 每一个运动周期, 都通过施加力对机体实现控制。弹跳运动是通过腿部挤压地面后在垂直地面的方向进行的往返运动, 而滞空运动发生在机器人飞行的途中。如果一条腿部系统要保持其前进速度不变, 并且尽管有这些运动, 其身体仍需要保持稳定的直立姿势, 由此, 身体的净加速度必须为零。这就要求腿施加在身体上的扭矩和水平力在每一步都必须整合为零, 垂直力必须整合为身体的重量乘以步幅的持续时间。这同样适用于奔跑的机器人和奔跑的动物。

虽然有许多身体和腿部的运动模式可以满足这些要求, 但当每个变量在站姿过程中以偶数或奇数对称性变化时, 会出现一个特别简单的解决方案:

$$\text{身体对称性: } \begin{cases} x(t) = -x(-t) \\ z(t) = z(-t) \\ \phi(t) = -\phi(-t) \end{cases} \quad (5.1)$$

$$\text{腿部对称性: } \begin{cases} \theta(t) = -\theta(-t) \\ r(t) = r(-t) \end{cases} \quad (5.2)$$

上式中,  $x$ ,  $z$  和  $\phi$  是身体的向前位置、垂直位置和俯仰角度,  $\theta$  和  $r$  是腿的角度和长度, 均在矢状面内测量 (见图 5.1)。为了简单起见,  $t$  和  $x$  的定义是, 在站姿阶段的中途  $t=0$ ,  $x(0) = 0$ 。

这些对称方程表明, 向前的身体位置、身体俯仰角和腿部角度是整个站立阶段的时间的奇数函数, 并且身体仰角和轴向腿长度甚至是  $10s$  的时间。对称性还要求执行器以奇偶对称运行:

执行机构的对称性:

$$\begin{cases} f(t) = f(-t) \\ \tau(t) = -\tau(-t) \end{cases} \quad (5.3)$$

其中  $\tau$  是施加在髋关节上的扭矩,  $f$  是沿腿部轴线施加的力。

这些对称性很重要, 因为它们会导致身体的加速度, 在整个跨步中是时间的奇数函数积分为零, 超过对称极限, 使前进速度、身体高度和身体俯仰角度在一个跨步到下一个跨步之间保持不变。

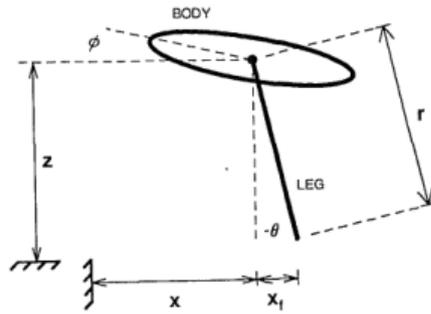


图 5.1 对称方程中变量的定义。正向力矩 $\tau$ 作用于髋关节，在 $\phi$ 的正方向使身体产生正方向的加速。正 $f$ 作用于腿的轴上，将身体推离地面。

基于对称性的控制算法对前三章描述的机器进行控制。对于单腿机器来说，对称性特别简单，因为一次只由一条腿提供支撑，每个支撑间隔在弹道飞行的时间段内被隔离，臀部位于质量中心。在本章中，我们将探讨更复杂环境中的对称性。在回顾单腿情况后，我们考虑跨越多个支撑间隔的运动，以及在单个支撑间隔期间使用多个支腿进行支撑的运动。

这相同的对称方程式适用于一条腿、两条腿和四条腿，以及单独和组合使用两条腿的步态。除了建议腿型机器人的简单控制外，本章中发展的对称性可能有助于我们理解奔跑动物的控制机制。为了探索这种可能性，我们研究了小跑和奔跑的猫和奔跑的人的数据。本章后面描述的结果表明，这些生物腿系统有时会像对称性所预测的那样移动。

### 对称结构力学

简化模型有助于机构的对称性的分析。我们假设运动仅限于平面，腿是无质量的，系统中任何地方都没有损失。物体是一个前后上下运动的刚性物体，在平面上倾斜，其位置和方向由 $[x \ z \ \phi]$ 给出。每条腿都是一个无质量的构件，在铰链式关节处绕着臀部旋转，通过伸缩来拉长和缩短。腿的长度及其相对于垂直面的角度由 $[\tau \ \theta]$ 给出。每条腿的末端都有一双脚，提供一个支撑点。脚和地面之间的摩擦防止脚在接触时滑动。与地面接触脚在机械上起着铰链关节的作用。每个腿执行机构沿着身体和地面之间的腿部轴施加力 $f$ 。正向 $f$ 加速身体离开地面，并且，因为脚不粘， $f \geq 0$ 。当脚和地面没有接触时，这个力为零。通常，我们认为腿在轴向上是弹性的，在这种情况下， $f$ 是腿部长度的函数。第二个执行器作用于臀部，在腿部和身体之间产生扭矩 $\tau$ 。正向 $\tau$ 加速身体向正向 $\phi$ 运动。这类模型的运动方程见附录 5A。

### 单腿对称运动

假设在时间 $t=0$ 时，单腿系统的足端位于质心的正下方，身体是直立的，身

体的速度是纯水平的： $\theta=0$ ， $\dot{x}=0$ ， $\dot{z}=0$ 。图 5.2 显示了这种配置。因为它具有左右对称性并且没有损失，所以该系统在时间上向前前进的预期行为与它过去的行为在时间上向后退的精确相同，但具有对  $x=0$  的对称。这种行为在对称方程 (5.1) 描述： $x(t)$  和  $\phi(t)$  是时间的奇函数， $z(t)$  是偶数函数。因为身体沿着相对于原点的对称轨迹运动，并且因为脚在支撑期间位于原点，(5.1) 意味着脚的运动相对于身体是对称的，这给出了腿的对称方程 (5.2)。

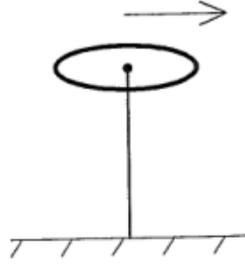


图 5.2 单腿系统在站姿过半时的对称配置，当它具有前后对称性（如图所示为左右对称）以及在时间上向前和向后移动的对性时。垂直速度为零，支撑点位于质心正下方，身体直立：

$$\dot{\theta}(0) = \dot{x}_f(0) = \phi(0) = 0$$

身体和腿的对称运动需要对称驱动，如 (5.3) 所示。从运动方程 (附录 5A) 中我们可以看出髋关节力矩是对身体俯仰角的唯一影响，因此奇数  $\phi$ ，表示奇数  $\tau$ 。在均匀性和奇性为  $f$  的情况下，其他指定变量  $f$  必须为偶数才能满足运动方程。

当在每个步幅周期中同时测量的状态变量不随步幅变化时，运动系统在稳态下运行。感兴趣的状态变量是物体的前进速度、垂直位置、垂直速度、俯仰角和俯仰率。状态向量  $S$  表示这些变量， $S=[\dot{x} \ z \ \dot{z} \ \theta \ \dot{\theta}]$ ，稳态定义为  $S(t) = S(t+T)$ ，其中， $T$  是一步的周期。对称的身体和腿部运动导致了稳态运动。为了使每一步的前进速度保持不变，作用在身体上的水平力  $f_x$  必须在每一步上积分为零： $\int f_x dt = 0$  (一步内)。假设飞行过程中  $f_x = 0$ ，前进速度不变。从运动方程中我们得到  $f_x = f \sin\theta - \left(\frac{\tau}{r}\right) \cos\theta$  一个奇数函数，因为  $f$  和  $r$  是偶数， $\tau$  和  $\theta$  是奇数。因此

$$\dot{x}(t_{lo}) - \dot{x}(t_{td}) = \int_{t_{td}}^{t_{lo}} f_x dt = 0.$$

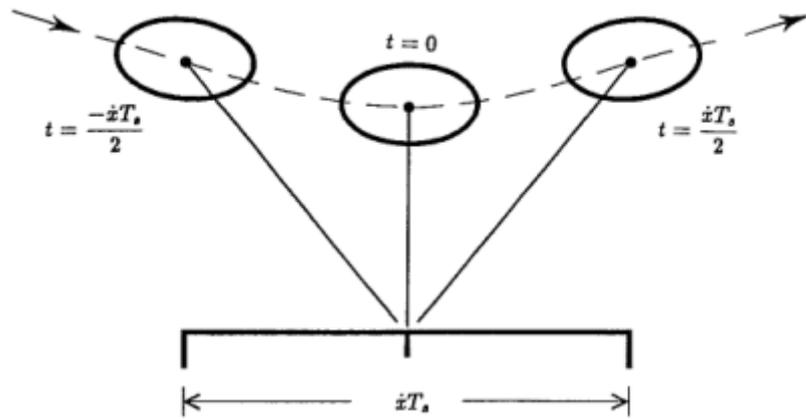


图 5.3 当脚放在中立点时，身体有一个对称的运动。这幅图描绘了从左到右的奔跑。最左边的图画显示了在脚接触地面之前的构图。当腿部被最大压缩和垂直时，中心图显示了配置的中途，而最右边的图显示了脚离开底面。

这证实了对称运动不会对身体产生净水平力，跑步运动从一个步幅到另一个步幅以稳定状态进行。

对于对称运动，垂直位置和速度也在稳态下进行。身体的高度是站姿时时间的偶数函数，所以在  $z(t_{lo}, i) = z(t_{td}, i)$  和  $\dot{z}(t_{lo}, i) = -\dot{z}(t_{td}, i)$ 。在飞行过程中，身体沿着抛物线轨迹运动，如果我们在飞行中途指定  $t=0$  时： $z(t_{td}, i) = z(t_{ld}, i + 1)$  和  $\dot{z}(t_{td}, i + 1) = -\dot{z}(t_{ld}, i)$ 。因此， $z(t_{td}, i) = z(t_{ld}, i + 1)$  或  $z(t_{td}, i) = z(t_{ld}, i + T)$ ，这是  $z$  上的稳态条件， $\dot{z}(t_{td}) = \dot{z}(t_{ld+T})$ ，这是  $z$  上的稳态条件。

飞行时作用在机体上的力矩为零，而在姿态时作用在机体上的力矩为奇数函数，因此，在姿态时，机体俯仰率的净加速度为零， $\ddot{\phi}(t_{lo}) = \ddot{\phi}(t_{td})$ 。这满足  $\phi$  上的稳态条件。为了使物体的俯仰角在稳定状态下继续运动，飞行结束时的俯仰角必须等于飞行阶段开始时的俯仰角。假设在站姿时保持对称性，使  $\phi_{lo} = -\phi_{td}$ ，并且在飞行过程中没有扭矩作用于身体，重复模式要求

$$\frac{\dot{z}(t)}{-g} = \frac{\phi(t)}{\dot{\phi}(t)} \quad (5.7)$$

其中  $g$  是重力加速度。该约束规定了稳态运行所需的俯仰角、俯仰速率和垂直速度之间的关系。当没有俯仰运动时，它很容易满足，如在人类跑步和四足快跑中所发现的， $\phi(t)=0$  和  $\dot{\phi}(t)=0$ 。方程式 (5.7) 得出了飞行过程中出现的第二个对称构型。由  $f=0$ 、 $\dot{z}=0$  和  $\phi=0$  给出的这种结构确保了飞行过程中身体的行为是对称的。

进一步的结论是，对于单足系统，只有对称的腿部运动才能得到对称的身体运动，如果  $x$ ,  $z$  和  $\theta$  服从 (5.1) 的对称性，那么  $\tau$  必须是偶数， $\theta$  必须是奇数。证据见附录 5B。

### 非对称步态

运动对称性不必局限于一步。虽然我们关注的是逐步应用的对称性，但当两个步骤产生互补加速度时，对称性同样适用，对称性分布在多个支撑间隔上。下面讨论这个案例。假设单个支撑周期偏离对称，但两个连续支撑周期以互补的方式各自偏离对称。图 5.4 显示了一系列这样的反对称步骤。在每一步中，身体的轨迹是不对称的，系统会加速，因为脚离开了中点。然而，如果下一步的脚部位置得到了补偿，那么连续几步的身体运动就会以相等和相反的加速度保持平衡。方程 (5.1) - (5.3) 仍然描述了身体和腿的行为，前提是我们在两步中间的点定义  $t=0$ 。

到目前为止，我们假设前进速度为非零，但不一定是零。反对称步进对可适用于原地跑，并且没有前进速度。例如，如果放置脚部以使身体速度的水平分量在支撑过程中刚好反转，并且在每个步骤中都进行了此操作，则平均向前行驶速度将为零，并且系统将在每个步骤中来回弹跳。这只是在人的平面上观察到像人或则像行走四足的动作。

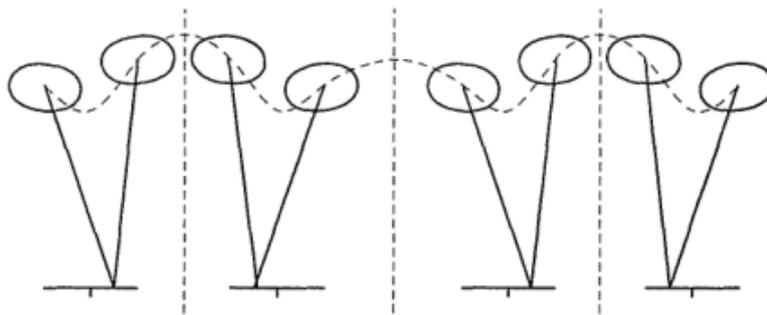


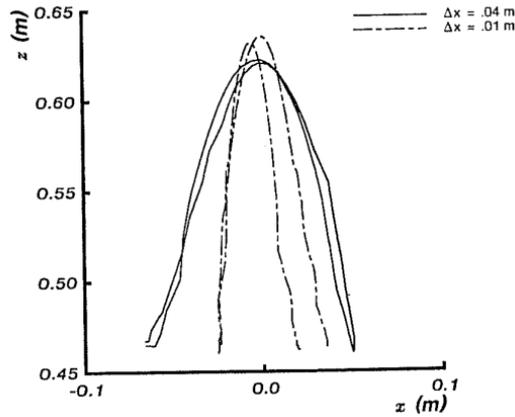
图 5.5

图 5.5 的数据来自一个对称性的物理演示，该对称性是在前进速度为零的一对台阶上进行的。为了生成这些数据，我们修改了物理单脚跳频机的控制算法，在每一偶数跳的期望脚位置上添加偏移  $\Delta x$ ，并在每一个跳跃上减去  $\Delta x$ 。对于较小的  $\Delta x$  值，系统从一侧跳到另一侧，没有净向前加速度。系统保持了平衡，这说明脚的偏移量足够小以至于在下一步之前不会完全翻倒。

### 多足的对称

一个两腿的系统可以有各种各样的步态。两条腿的机器人可以直行精确的同

脚跳、不同脚跳或者交叉跳。图 5.6 展示了不同状况下的案例，然而，在各种情况下，对称的身体和腿部运动都会导致稳态运动。



**图 5.5** 原地弹跳的对称曲线。曲线显示了一个物理单腿跳跃机在原地跳跃时身体的记录路径。控制算法是由 Raibert, Brown 和 Chepponis 在 1984 年实验做出。但是在偶数跳上，偏移量  $\Delta x$  被加到脚的位置，在奇数跳上被减去。 $\Delta x$  的大小被设置为两个不同的值，分别显示在两条曲线中。该图显示身体在包含脚偏移的垂直平面中的运动。

多腿结构的对称性与单腿结构的体对称性相同，但腿对称性和执行器对称性需要做轻微调整。每条腿和执行器变量  $\theta$ 、 $r$ 、 $\tau$ 、 $f$  具有与之前相同的含义，但下标用于区分各个支腿：

$$\theta_j(t) = -\theta_k(-t), \quad (5.8)$$

$$r_j(t) = r_k(-t), \quad (5.9)$$

$$\tau_j(t) = -\tau_k(-t), \quad (5.10)$$

$$f_j(t) = f_k(-t). \quad (5.11)$$

对于有两条腿的系统， $j=1$ ， $k=2$ 。对于四条腿，两个配对是可能的： $j=[1, 4]$ 和  $k=[2, 3]$ 或  $j=[1, 4]$ 和  $k=[3, 2]$ ，这取决于步态，其中 1 是左前方，2 是左后方，3 是右后方，4 是右前方。

对称运动不再需要一条单独的腿去往返于对称运动。相反，一条腿的行为与另一条腿的跳跃相互协助，因此它们以往复交替的方式运行。这使得描述任何一

条腿的变量可以自由地承担任意时间函数，同时保持支撑期间撞击身体的对称力和力矩。这种运动对称性适用于多腿共同运动，多腿交替运动（交替运动又分重叠支撑和单独支撑）。上面这些仅仅适用于腿接触地面的时候，如果在空中的阶段，腿怎么动都没影响。等式 (5.8) - (5.11) 是一条腿的情况，即  $j=k=1$ 。

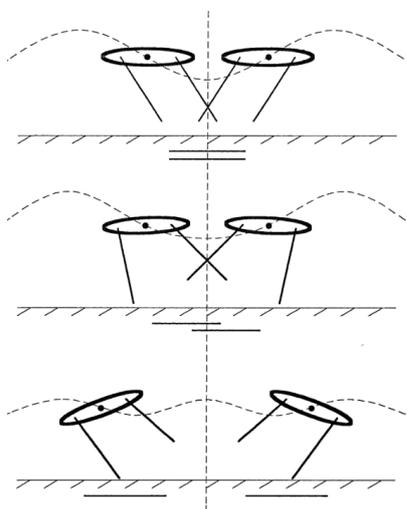


图 5.6 两条腿跑动的三种情况

针对两条腿的系统，对称运动的条件和一条腿的基本一样，但不再需要一条腿位于质心正下方。图 5.7 展示了两种对称结构，腿都没有支撑在质心的正下方。在下面这两种情况中，支撑中心位于质量中心下面。还有一种情况也是可能的，图 5.6 最下面这幅图所示，对称结构没有中心支撑。当测量跨步时，作为一对的两条腿的反对称活动产生身体的对称运动。这非常类似于单腿系统使用成对步骤来实现对称时的行为。

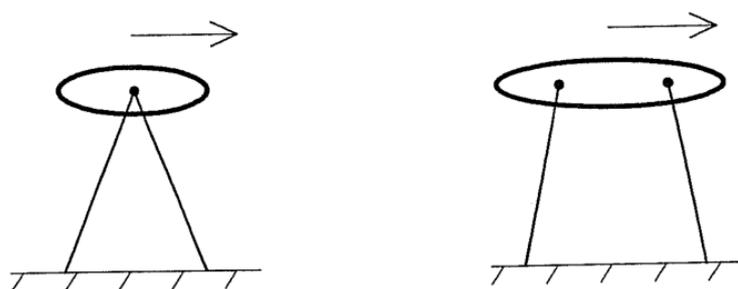


图 5.7 两天腿支撑的对称结构

双腿作往复运动时，运动的一个特点是，不需要将单个脚放在中性点上，就可以达到稳态行为。这一点很重要，因为身体很长而且质量不均匀时，单条腿很可能会因为腿长不够而触及不到支撑不到质心正下方。这种情况出现在四足动物

跳跃和疾驰的矢量状面上，而在四足动物步伐的前平面上出现的程度较小。

### 动物奔跑中的对称性

对称性在腿部机器人控制中的重要性提出了一个问题：对称性在奔跑动物的行为中可能起到什么作用。为有腿机器人开发的对称性能帮助我们描述和理解有腿动物的跑步行为吗？

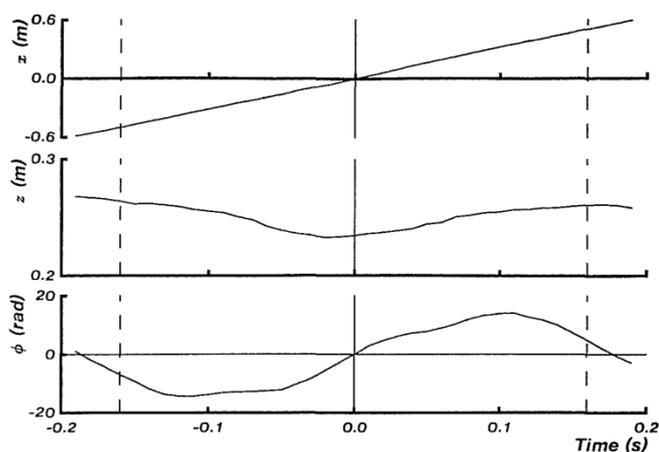


图 5.8 galloping 步态的猫的运动情况

大约 20 年前，Hildebrand 第一次认识到对称在动物运动中的重要性，当时他观察到，马的左半部分经常使用与右半部分相同的步法，但  $180^\circ$  不同步（Hildebrand 1965, 1966, 1968、1968、1976、1977）。他为各种四足动物设计了一个简单而优雅的对称步行和跑步步态的特征，只使用了两个参数：前后腿之间的相位角和腿的占空比。通过对称行为的每次观测映射到初相/占空比空间中的一个点，Hildebrand 能够对 150 多个四足动物属的步态进行系统分类。

我并没有像希尔德布兰德那样研究左腿和右腿之间的关系，而是考虑了腿部的轨迹相对于身体的轨迹，以及身体通过空间的轨迹，所有这些都是矢量状面上测量的。我分析了猫和人在跑步机上的 trotting 和 galloping 的数据。

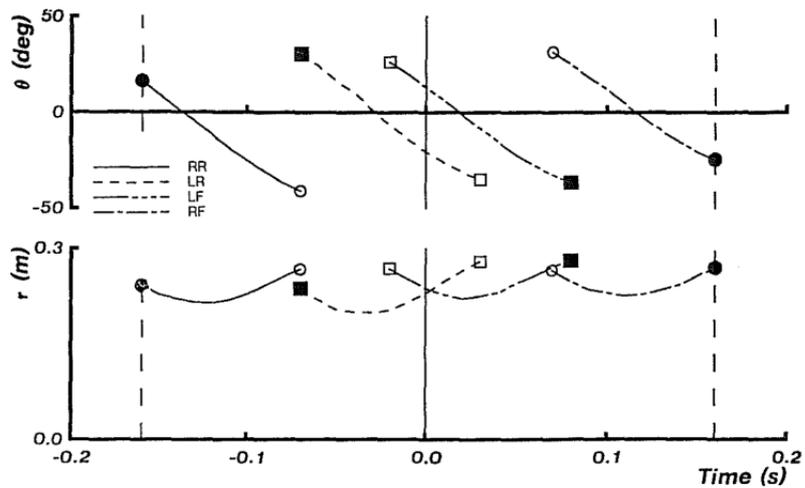


图 5.9 galloping 步态下的猫的腿部运动

猫的数据是通过 Wetzell、Atwater 和 Stuart (1976) 提供的 16mm、100fps 胶片进行数字化得到的。每一帧都显示了跑步机上猫的侧视图和一个用于校准胶片速度的 1 毫秒计数器。以 0.25 米间隔设置的跑步机标记提供了参考比例尺，并允许对每一帧进行登记。贴在猫皮肤上的小圆形标记使数字化更容易。相对于跑步机表面的跑步速度，慢跑约为 2.2m/s，慢跑约为 3.1m/s。

人体测量是通过数字化 16 毫米胶片上的一个跑步者在半圆形部分的跑步机。摄像机被安装在半圆中心的三脚架上，并被平移以跟踪跑步者。间隔 1.0 m 的地面标记提供了比例尺和之前的登记进行对比。运行速度约为 3.8 m/s。

在对猫和人的数据进行数字化的过程中，每只脚提供的支撑点都是通过视觉来估计的。用画足端到臀部和足端到肩膀的直线，用来量出腿长  $r$  和腿的旋转角度  $\theta$ 。猫的重心被取为肩膀和臀部之间的中点。身体的俯仰角度是连接肩膀和臀部的直线与水平线之间的角度，偏移量为  $\phi(0) = 0$ 。这些测量提供了身体运动的三个参数  $[x \ z \ \phi]$ ，即身体的前向位置、垂直位置和俯仰角度，以及每条腿运动的两个参数，即腿的长度和相对于垂直方向的角度  $[r \ \theta]$ 。除了有关落脚时间的信息外，这些测量还提供了有关足端相对于身体在地面上的位置以及身体本身如何移动的信息。

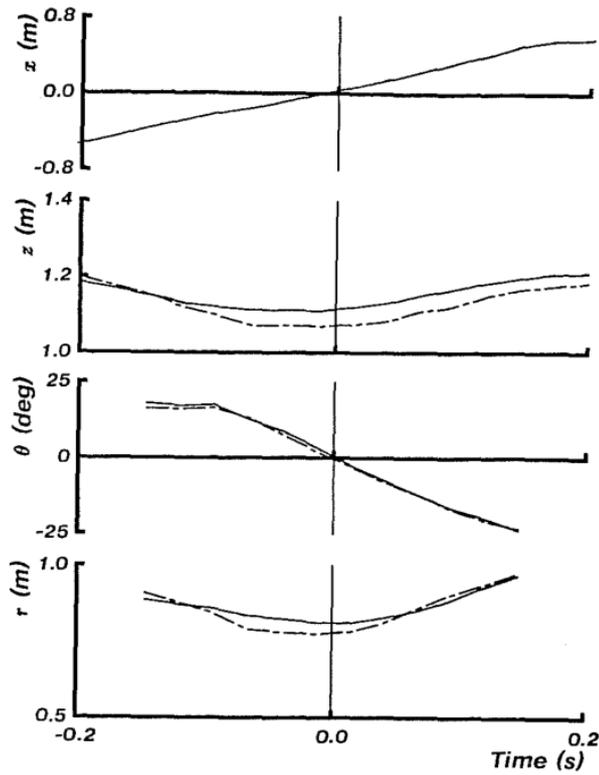


图 5.10: 人在跑步机上运动的数据。左右腿的数据叠加在一起。跑步速度为 3.8m/s。

图 5.8、5.9 和 5.10 是关于猫 gallop 步态和人类跑步的数据。这里所有的数据都符合有对称性方程推出来的奇偶对称性。

部分数据显示足端的位置偏向动物的臀部。图 5.11 的时序图描述了这种偏差的情况。对于每条腿来说： $|\theta(t_{lo})| > |\theta(t_{ld})|$ ，并且，后一条腿与地面接触的时间长于前一条腿接触地面的时间。根据本章概述的原理，这种偏差或偏斜可能意味着在物体上产生净向前力。这种力可以加速系统前进，补偿外部干扰，或补偿系统其他地方发生的损失。

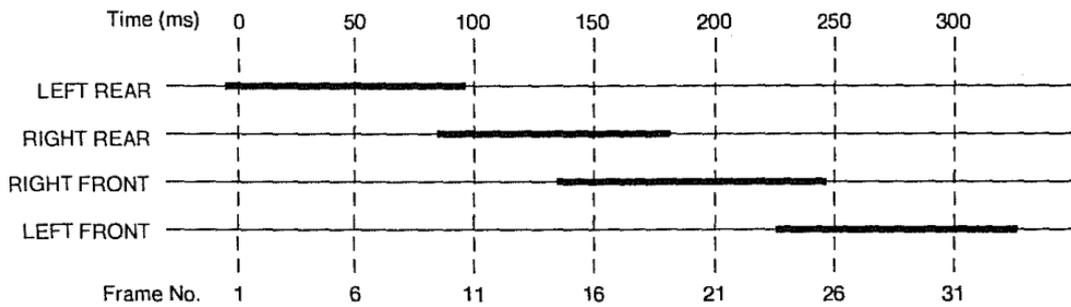


图 5.11 猫 gallop 步态脚接触地面模式。水平杆表示脚与支撑面接触的状态。整个跨步的持续时间为 350 毫秒，垂直虚线表示图 5.12 中使用的七帧。

然而,还有一种解释可能是足端的接触力方向与腿的轴向并不重合(5.11)。例如,因为腿不是无质量的,它们与地面的碰撞,每一步都会产生不对称的力。人们还可能期望腿在支撑期间主动提供推力,以弥补损失并保持垂直弹跳运动。这种主动推压将导致违反的力对称公式(公式 5.11)。如果不知道每只脚在地面上施加的实际力,就很难对观察到的脚位不对称的含义得出明确的结论。

这些运行的对称性可以图形化地显示出来。对称方程意味着如果我们同时颠倒向前的方向和时间方向,即  $x=-x, t=-t$ , 那么向前运动和脚步的模式不应该受到影响:  $x(t)=-x(-t)$ 。这种不变性如图 5.12 所示。特别值得注意的是,前进和后退顺序的脚步精确重叠。这种重叠是由对称方程预测的。

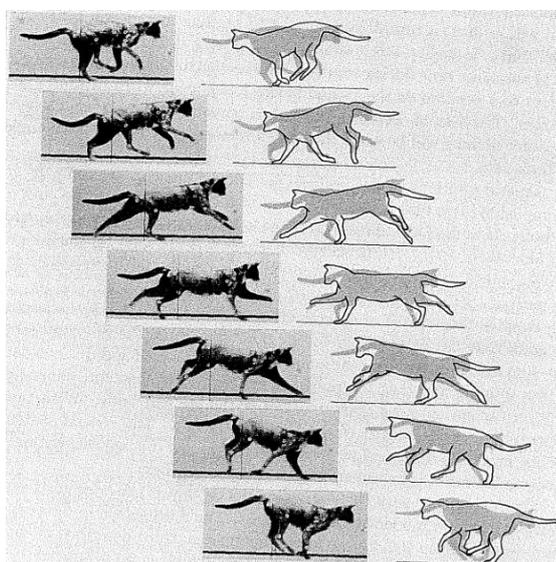


图 5.12 gallop 步态的图形解释

### 生成对称运动

以上研究主要针对运动中对称运动的性质和价值上,而对对称运动的产生却鲜有提及。控制系统必须采取什么行动才能产生对称行为? 回想一下,在支撑期间,如果  $\theta, \dot{z}, \phi$  都等于零,腿系统会对称移动,但控制系统必须在接地前将脚固定在地面上的某个位置,此时  $\dot{z}, \phi$  都不为零。这种情况是用来预测当物体的垂直速度和俯仰角都为零时质心的位置。

这个问题还没有一般的解决办法。进行该测量工作的困难在于脚的位置会影响身体的运动轨迹。如果我们有一个表示身体在支撑期间的轨迹的表达式,作为  $\dot{x}(t_{td}), \dot{z}(t_{td}), \dot{\theta}(t_{td})$  的函数,那么我们就可以求解所需的脚位置。然而,我们还

没有找到一個封閉形式的表達式來表示支撐期間的實體路徑，甚至對於簡單的模型也是如此。

儘管缺乏一個通用的解決方案，但是只是用一條腿支撐的單腿步態近似解釋存在的。最簡單的近似解假定前進速度在支撐期間是恒定的，並且支撐 $T_s$ 的周期是恒定的，只取決於腿部和身體的彈簧質量特性。通過這些近似，CG-print(攝影掃描)的長度是 $\dot{x}T_s$ 。前面章節中描述的機器的控制系統使用這種近似來選擇在飛行期間腳的向前偏移量。

我們的這種近似的經驗是，它提供了良好的對稱性在低和中等的運行速度。圖 5.13 所示的數據是從第 3 章所述的 3D 單腿跳躍機記錄的。它們表明：腿和身體的運動具备良好的對稱性。

另一種預測支撐期間行為的方法可能是使用運動方程的列表解。一個表可以通過向前、垂直和所需的速度來索引，它將提供必要的腿部觸地角度。根據表格的大小，這種方法可以提供任何所需的精度。第 7 章更全面地討論了表格解。

### 剪切對稱

當一個人跑步時，兩條腿形成大致對稱的角度。前腿與中心軸的角度和後腿與中心軸的角度是相等但方向相反的。這種對稱性是指步態的速度、彈跳、步幅和其他參數的對稱性。這種行為讓人想起剪刀的刀刃朝向剪紙的方式。

剪切對稱的一個推導結論是腿在支撐地面和抬起的角度是相等的。而這種對稱性能否用來制定一個正確的运动算法，可以不去計算向前的速度和支撐的周期？一個剪切算法如下：

$$\theta(t_{td}, i + 1) = -\theta(t_{lo}, i);$$

這裡：

$\theta(t_{lo}, i)$ 是第  $i$  步，腿抬起的角度；

$\theta(t_{td}, i + 1)$ 是第  $i+1$  步，腿支撐的角度；

這種剪切算法 (5.12) 能否用以計算任意腿數的系統中各條腿的位置，前提是這種步態每次只有一條腿支撐。這種行為會有什麼樣的結果？

當向前的速度 $\dot{x}$ 和運動周期 $T_s$ 恒定时，那麼在一個支撐周期內，腿朝向臀部移動的距離 $\dot{x}T_s$ 。

$$\theta(t_{lo}, i) = \arcsin\left(\frac{\dot{x}T_s + r\sin\theta(t_{td}, i)}{r}\right) \quad 5.13$$

帶入式 5.12，我們得到

$$\theta(t_{td}, i + 2) = -\arcsin\left(\frac{\dot{x}T_s + r\sin\left(\frac{\dot{x}T_s + r\sin\theta(t_{td}, i)}{r}\right)}{r}\right) = \theta(t_{lo}, i) \quad (5.14)$$

在以恒定速度运行期间，该算法生成了具有对称性的成对步骤，如前面讨论的那样。在系统的不对称程度小且换脚速率快的情况下，成对的反对称步进模式提供了平衡。当 $\theta(t_{l0}, i) = \arcsin\left(\frac{\dot{x}T_s}{2r}\right)$ 时，剪刀算法在每一步上生成相同的脚放置，并且足端位置与使用中点的CG扫描计算生成的脚位置相同。

剪切算法在正向加速时也能正常工作。假设在支撑间隔期间，外部干扰使系统向前加速。结果是，站姿腿向后扫得更远，并且站姿腿的离地角度比没有干扰时的角度更大。另一条腿相应地向前放置，以补偿增加的速度。减速扰动以相应的方式工作。加速度不必是由外部干扰引起的，但可能是由髋关节执行器的动作引起的，该动作旨在稳定身体姿态。它们可能是由更复杂系统中其他腿的驾驶或摆动动作引起的。

研究剪切算法的一种方法是，它提供了一种估计三维扫描长度的替代方法。腿的离地角度用于指示前进速度和地面时间。身体相对于地面向前移动的速度越快，在站姿过程中，脚向后移动的距离越远。当系统在地面上花费更多时间时，脚也会进一步向后移动。因此，起跳时腿的角度由平均前进速度和站立时间的乘积决定。这种剪切算法是有吸引力的，因为该算法避免了准确估计三维扫描的工作和明确测量身体前进速度和站姿持续时间的需要。

剪切算法有几个困难。首先，触地时的腿部角度也受起跳时腿部角度的影响。平均速度和地面时间的乘积只与腿的角度变化有关，因此在着陆时腿的起始角度决定了它在起飞时的角度。原则上，该算法可以生成一系列均匀对称的步，而在实际应用中，没有一种机制可以阻止误差的产生。

这个问题可以通过以某种方式阻尼脚的位置偏移，或者使用前面步骤中的信息来过滤两步振荡来克服。另一种选择可能是在计算下一只脚的位置时同时考虑着触地和离地角度：

$$\theta(t_{td}, i + 1) = \frac{\theta(t_{d,i}) - \theta(t_{l0}, i)}{2} \quad (5.15)$$

剪切算法的另一个问题是它可能对身体前进速度的突然变化没有及时的反应。决定下一个腿的角度的前进速度是整个前一个支撑间隔的平均值。这种间接测量所固有的延迟可能导致对干扰的反应迟缓。

### 奔跑中的反对称性

尽管对称性很重要，但有几个原因可以解释为什么人们不应该期望在有腿的机器和动物的行为中看到完美的对称性。不对称的一个原因是腿不是完美的。用于激发对称运动和稳态行为之间关系的参数不适用于存在摩擦的情况。特别是，系统在时间上向前移动的行为不再与其在时间上向后移动的行为对称。差异的细

---

节取决于损失的细节和系统的几何结构。导致不对称运动的另一个能量损失是由于腿部的质量。每当一只脚撞击或离开地面，系统就会损失部分动能。为了保持稳定的运动，控制系统必须在每个周期补充能量以补偿这些损失。例如，腿在支撑间隔期间变长，在飞行期间变短，以保持稳定的跳跃高度。这只能通过执行器传递不对称的力和扭矩来实现。

不对称行为的另一个原因是机械系统中的不对称。大多数动物的身体一端有大而重的头，而另一端没有大而重的尾巴来平衡。前腿和后腿的大小经常不同，臀部和肩部的重心位置可能不相等。这些因素中的每一个都可能导致运动的不对称性，从而提供平衡的稳态行为。这对实验室机器来说不是什么大问题，因为我们可以设计出符合我们要求的任何机械对称性的机器。

当然，我们不应该期望看到对称运动时，控制系统故意倾斜的运动，以改变运行速度。在这种情况下，运动的不对称性提供了加速身体的力量。外部荷载，如风阻产生的荷载，或拉杆荷载，也需要身体和腿部运动中的不对称分量。一个赛跑者在一个赛跑开始和一个卡车司机刚开始的行为也展示了这种不对称的行为。

也许一个更好的观点是用对称部分和非对称部分之和来考虑运动。在每一步中，运动的对称部分保持稳定状态。偏离对称性可补偿损失并提供加速度。

本章讨论的对称性假设每个身体变量、每个腿部变量和每个执行器变量都具有偶数或奇数对称性。它们相互作用的最终结果是限制作用在整个步幅上的力，从而保持身体的前进速度、仰角和俯仰角。有人可能会想象一种不太完全的对称性，它不要求基本变量单独对称，而只要求作用在物体上的净力和力矩对称：

$$f_x(t) = -f_x(-t),$$

$$f_y(t) = -f_y(-t),$$

$$\tau_\theta(t) = -\tau_\theta(-t),$$

另一种说法是，身体对称运动时，而腿却不对称运动的。我们已经证明，如果一次只使用一条腿来支撑，情况就不可能是这样了。证明见附录 5B。但是，此类解决方案可在附加支腿的情况下使用。

### 对称性的意义

我们可以用几种方面来阐述对称性的意义。首先，它帮助我们控制腿部运动。这种运用对称性的策略可以控制机器人，而且，在未来对于复杂结构的机器人有着重要的作用。例如，在四足奔跑时，往复腿的对称性是很重要。

对称性也有助于我们描述和理解动物的行为。对猫和人的对称性的分析表明，对称性可用于描述动物在小跑、快跑和奔跑时的运动，我们期望发现同样的对称性描述了其他动物以其他步态奔跑的运动。也许最重要的是，对称和平衡给了我

---

们处理动态系统的工具，而不需要复杂公式的详细解。对称性意味着每一个运动都有两个部分具有相反的效果，就像平衡需要相等的补偿力和力矩一样。

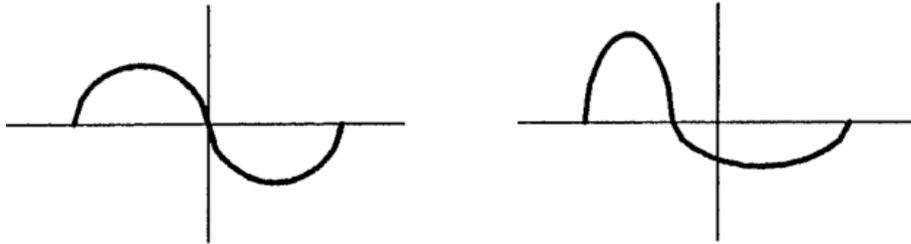


图 5.14 两个积分为零的函数。一个是对称的，一个不是。对称性提供了零净正向加速度的充分条件，而不是必要条件。

在某些方面，这些对称性是有限的。它们没有具体说明提供运动的特定身体运动的细节，只是给出了一个广泛的分类，体现了运动的几个有趣的特征。对称性只提供了成功移动的充分条件，而不是必要条件（图 5.14）。就我们所能确定的，一个有腿系统的行为可能会违反我们所描述的运动对称性而不受惩罚，而不会限制其运行和平衡的能力。最后，这些对称性不会产生特定的控制处方。它们只建议系统最终应该如何移动，并提示可能的解决途径。

在其他方面，这里描述的对称性非常强大。三个简单的方程式勾勒出了各种步态下任何腿数的系统的可能的身体运动。另一组方程描述了腿是如何运动的。尽管对称性没有具体说明单个运动或如何产生它们，但它们提供了控制一大类成功运动的规则，并提出了各种各样的实验建议。

这项关于对称性的工作属于一个更广泛的背景，它将控制系统和被控制的机械系统的控制责任分开。在这种情况下，运动控制是一种利用机械系统固有特性的低带宽活动。控制系统不需要使用高带宽的伺服系统来高速地沿着指定的轨迹移动腿式系统的每个关节，而是每跨一步进行一次调整。一旦脚被定位在每一步上，机械系统就被动地确定剩余步幅的运动细节。这种方法依赖于一个被动的名义运动，接近期望的行为。在目前情况下，对称是实现名义运动的手段。这种方法可能只对执行重复行为的系统有价值。例如，除了杂耍和手写（Hollerbach 1980），机器人操作可能不适合这种方法。

## 总结

身体的对称运动和脚相对于身体的对称运动为稳态运动提供了运动方式。通过使得 $x(t)$ 和 $\phi(t)$ 为奇数对称性和 $z(t)$ 为偶数对称性，控制系统可以产生稳态运动。所选择的腿部运动本身由奇偶对称来描述。此方法适用于许多腿形结构，有助于

---

描述奔跑动物的行为。

这些对称运动的意义在于，它们允许控制系统操纵运动的对称性和偏斜性，而不是运动的详细形状。当系统的行为符合 (5.1) - (5.3) 时，作用在身体上的所有力在一个步幅内整合为零，因此身体不会改变净加速度。当行为偏离对称性时，系统的净加速度以可管理的方式偏离零。控制任务变成了处理这些偏差的任务之一。

物体对称运动的条件可以简单地表述为：在支撑期间的一个时间点上，支撑中心必须位于质心之下，物体的俯仰角度必须为零，物体的垂直速度必须为零，即  $\theta_j(0) + \theta_k(0) = 0, \phi(0) = 0, \dot{z} = 0$ 。当这些条件满足时，站立姿态的身体会遵循对称轨迹。

对称运行运动具有很大的普遍性。原则上，各种各样的自然跑步步态可以通过身体和腿的运动来实现，这些运动表现出所描述的对称性。这些包括小跑、同脚跑、慢跑、快跑、前后脚分开跳跃和四腿同步跳，以及这些步态的中间形式。虽然我们只绘制了猫和人的对称数据，但我们希望在它们运行时能发现各种各样的自然腿系统，它们几乎都是对称的运动。

## 附录 5A. 平面系统的运动方程

### 平面单足系统的运动方程

如图 5.15 所示，无质量腿和臀部位于重心的平面单腿模型的运动方程为：

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= f\sin\theta - \frac{\tau}{r}\cos\theta, \\ m\ddot{z} &= f\cos\theta + \frac{\tau}{r}\sin\theta - mg, \\ J\ddot{\theta} &= \tau, \end{aligned}$$

其中：

$x, z, \phi$  是身体的水平、垂直和角度位置，

$r, \theta$  是腿的长度和方向，

$\tau$  是髋关节力矩（正向  $\tau$  加速身体在  $\phi$  正向方向上），

$f$  是轴向腿力（正向  $f$  加速身体远离和地面），

$m$  是身体的质量

$J$  是物体转动惯量

$g$  是重力加速度

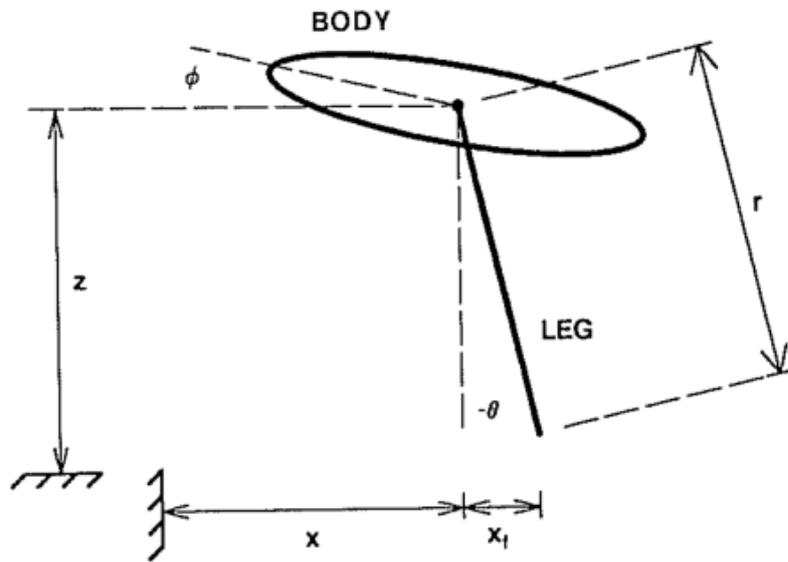


图 5.15 无质量腿平面单足系统模型

### 平面双腿系统的运动方程

如图 5.16 所示，具有两条无质量腿和臀部的平面模型的运动方程为：

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} &= f_1 \sin\theta_1 + f_2 \sin\theta_2 - \frac{\tau_1}{r_1} \cos\theta_1 - \frac{\tau_2}{r_2} \cos\theta_2, \\
 m\ddot{z} &= f_1 \cos\theta_1 + f_2 \cos\theta_2 + \frac{\tau_1}{r_1} \sin\theta_1 + \frac{\tau_2}{r_2} \sin\theta_2 - mg, \\
 J\ddot{\phi} &= f_1 d \cos(\theta_1 - \phi) - \frac{\tau_1 d}{r_1} \sin(\phi - \theta_1) + \tau_1 - f_2 d \cos(\theta_2 - \phi) + \frac{\tau_2 d}{r_2} \sin(\phi - \theta_2) \\
 &\quad - mg,
 \end{aligned}$$

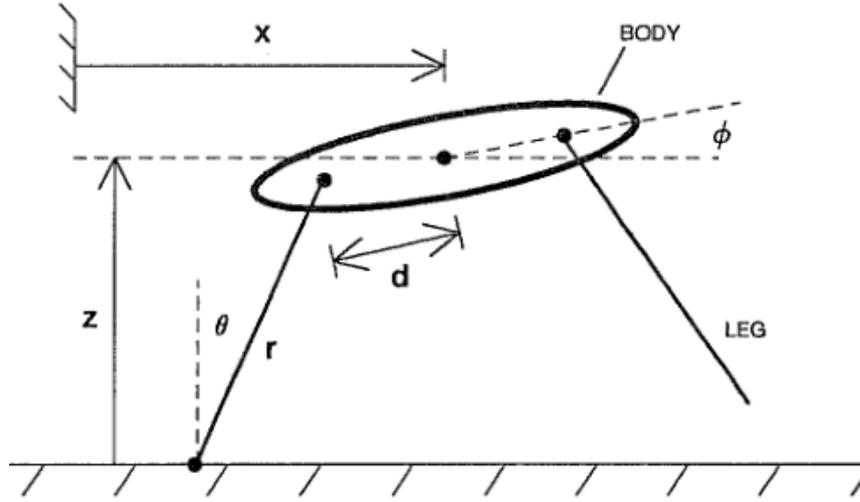


图 5.16 髌关节分离的双腿平面系统模型。它可以表示投射到矢状面上的四足动物或投射到正面的两足动物的侧半部。

#### 附录 5B. 对称腿运动的证明

在本附录中,我们证明对于单腿的情况,对称的身体运动需要对称的腿运动。当 $x(t), \phi(t), \theta(t)$ 为奇数,  $z(t), f(t)$ 为偶数时, 身体和腿的运动是对称的。

重写运动方程, 将腿部运动的每个元素表示为奇偶部分的和。例如, 腿相对于垂直面的角度是 $\theta = {}^e\theta + {}^o\theta$ , 其中 ${}^e\theta$ 表示偶数部分,  ${}^o\theta$ 表示奇数部分。另外, 替换  $r$  为 $\frac{1}{e_z + o_z}$ :

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= ({}^ef + {}^of)\sin({}^e\theta + {}^o\theta) - \tau({}^ez + {}^oz)\cos({}^e\theta + {}^o\theta), \ddot{x} \\ &= ({}^ef + {}^of)\cos({}^e\theta + {}^o\theta) + \tau({}^ez + {}^oz)\sin({}^e\theta + {}^o\theta) - mg, \\ J\ddot{\theta} &= {}^e\tau + {}^o\tau, \end{aligned}$$

从 (5.25) 开始,  $r$  必须是奇数, 并且因为 $\phi$ 是由假设使 $\ddot{\phi}$ 奇数而产生的奇数。要指定物体以所需对称性移动, 请将 (5.23) 右侧的偶数部分设置为零, 将 (5.24) 右侧的奇数部分设置为零:

$$\begin{aligned} 0 &= {}^ef\sin({}^e\theta)\cos({}^o\theta) + {}^of\cos({}^e\theta)\sin({}^o\theta) + \tau{}^ez\sin({}^e\theta)\cos({}^o\theta) \\ &\quad - \tau{}^oz\cos({}^e\theta)\sin({}^o\theta), \\ 0 &= -{}^ef\sin({}^e\theta)\sin({}^o\theta) + \cos({}^e\theta)\cos({}^o\theta) + \tau{}^ez\sin({}^e\theta)\cos({}^o\theta) \\ &\quad - \tau{}^ez\cos({}^e\theta)\sin({}^o\theta), \end{aligned}$$

(5.26) 和 (5.27) 的解决方案要求:

$$\tan {}^e\theta = \frac{\tau {}^oz}{{}^ef} \quad \text{和} \quad \tan {}^o\theta = -\frac{{}^of}{\tau {}^oz}$$

在支撑间隔期间，脚相对于地面保持静止，因此身体相对于地面的运动决定了脚相对于身体的运动。因此，(5.1)的对称性和(5.28)的解也支配着脚相对于身体的轨迹。它们要求 $\mathbf{x}_f(t) - \mathbf{x}_f(0) = -\mathbf{x}_f(-t) - \mathbf{x}_f(0)$ 和 $\mathbf{z}_f(t) = -\mathbf{z}_f(-t)$ 。

如果 $\mathbf{x}_f(t) = \mathbf{0}$ ，腿的运动是对称的。

因为奇数函数在 $t=0$ 时等于零，(5.28)要求 ${}^e\theta(t=0) = \mathbf{0}$ ，这意味着 $\mathbf{x}_f(0) = \mathbf{0}$ 。因此， ${}^e\theta = {}^o\mathbf{r} = {}^o\mathbf{f} = \mathbf{0}$ ，留下 $\theta$ 奇数和 $r$ 和 $f$ 偶数。它们遵循(5.2)给出的腿部对称性。

肯·戈德伯格把证明简化如下。在支撑间隔期间，脚相对于地面保持静止，因此身体相对于地面的运动决定了脚相对于身体的运动。因此(5.2)的对称性决定了脚相对于身体的轨迹：

$$\mathbf{x}_f(t) - \mathbf{x}_f(0) = -\mathbf{x}_f(-t) + \mathbf{x}_f(0), \quad 5.29$$

$$\mathbf{z}_f(t) = \mathbf{z}_f(-t), \quad 5.30$$

当 $\mathbf{x}_f(0) = \mathbf{0}$ 时，腿部运动是对称的；

设 $\mathbf{f}_x$ 和 $\mathbf{f}_z$ 是脚和地面之间的水平和垂直力。臀部的扭矩可以写成

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{f}_x \mathbf{z}_f + \mathbf{f}_z \mathbf{x}_f \quad (5.31)$$

从运动方程中我们知道 $\boldsymbol{\tau}$ 和 $\mathbf{f}_x$ 是奇数， $\mathbf{f}_z$ 是偶数，所以(5.31)要求 $\mathbf{x}_f$ 是奇数。因此腿角 $\theta = \arctan\left(\frac{\mathbf{x}_f}{\mathbf{z}_f}\right)$ 是奇数，腿长 $\theta = \sqrt{\mathbf{x}_f^2 + \mathbf{z}_f^2}$ 是偶数。轴向腿力 $\mathbf{f} = \frac{\mathbf{f}_x \mathbf{x}_f + \mathbf{f}_z \mathbf{z}_f}{r}$ ，这是偶数。

---

## 第 6 章 运动控制的替代方法

在用于腿式机器的控制系统的综合中，人们面对设计替代方案的无限空间。必须执行几个功能，并且每个功能可以通过几种不同的方式来完成。可能有数百种合理的功能和方法的组合。实验上的挑战是消除大多数可能性，制定具体的实施决策，并采用一些看起来最有希望的替代方案。只有这样，实验才可行。前面的章节集中于特定控制算法的功能和性能，这些算法是许多设计和实现决策的结果。基于这些决定的一系列机器和实验包括三部分分解，使用脚的放置和对称性来控制前进速度以及使用虚拟腿。本章通过识别和检查许多可能的替代控制算法中的一些，将这些设计决策置于上下文中。

### 有关弹跳控制的更多信息

本书描述的跑步机在每个步骤中都使用固定的推力来驱动垂直弹跳运动。身体的质量和腿部的弹性形成了一个被动的振动器，该振动器在站立期间由腿部促动器的操作而激发。当振荡幅度超过一定幅度时，机器离开地面，整个系统变成弹簧质量/重力质量振荡器。对于在每个周期注入的给定的固定能量，系统会在达到平衡跳变高度，因为在每个跳变周期中损失的能量是跳变高度的单调函数。

在本节中，我们探索一种控制跳变高度的方法，该方法可以调整每次跳变中注入的能量。这个想法是在站立阶段测量系统垂直运动中的能量，并根据所需的跳跃高度所需的量来操作腿部致动器以注入或提取能量。对于给定的跳跃高度，需要特定的能量，因此任务是使用正确的能量离开地面。

与固定推力方法相比，该方法应具有多个优点。一方面，它应允许控制系统指定特定的跳跃高度，而不是仅指定诸如“较高”或“较低”的相对高度。它也应该不太容易受到腿部机构中摩擦力变化的影响，因为执行器可以继续伺服能量直至升起。最后，固定推力方法未考虑腿部的扫掠运动，因此推力并非纯粹垂直。能量方法可以通过伺服运动垂直分量产生的能量来校正腿部的扫动。这些优点是以稍微复杂的控制为代价的。

### 模型

图 6.1 说明了用于分析和模拟的模型。模型的基本特征是质量的物体  $m$ ，顺从的质量腿  $m_e$  和顺应的支撑表面。支腿有一个可以改变长度的滑动接头，一个弹簧和一个执行器。致动器是与弹簧串联操作的理想位置源。致动器和弹簧共同作用以延长和缩短腿部，并在脚和身体之间施加力。

腿形弹簧通过缩短在身体的负荷下吸收能量，并通过加长而返回能量，从而使身体向上加速。机械挡块可防止支腿弹簧超过最大长度。止挡被建模为张力中

的刚性阻尼弹簧。布置弹簧和机械止动件，使得弹簧在受压时趋于加长支腿， $T_s$   $T_{so}$ 。选择机械挡块  $k_{stop}$  和  $b_{stop}$  的刚度和阻尼，以便在抬起时身体和腿部之间的振动在几个周期内衰减。支腿质量  $m_e$  表示支腿的部分，该部分在功能上低于弹簧，其余部分包含在  $m$  中。

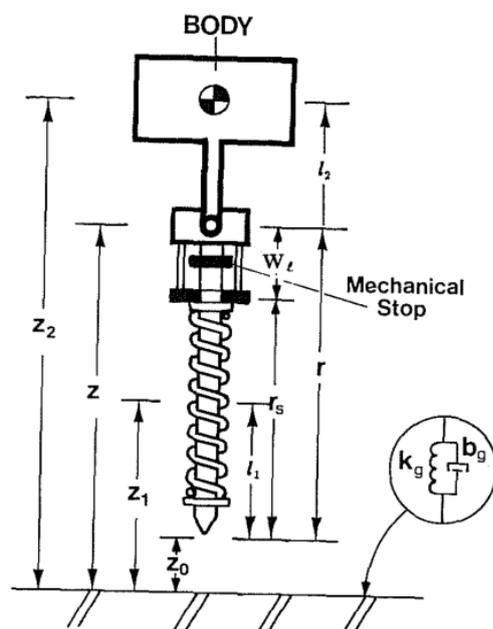


图 6.1 用于研究垂直跳变控制的模型。身体的质量为  $m$ ，腿部的悬垂质量为  $m_l$ 。滑动关节允许腿在弹簧和位置源的长度范围内改变长度。刚度  $k_1$  的弹簧与身体质量和腿下部之间的位置源串联作用。机械止动装置可防止腿部伸展超过腿部其余部分的长度  $r_{so}$ 。支撑面被建模为具有刚度  $k_g$  的阻尼为  $b_g$  的弹簧，腿的质心位于距脚的距离  $l_1$  处，身体的质心位于髋部上方的距离  $l_2$  处。表 6.1 给出了仿真参数值。

当执行机构改变长度时，它确实作用于腿弹簧以增加或减少其存储的能量。执行器、腿弹簧和机械止动装置的布置允许模型跳跃。在支撑过程中，致动器激励由身体和腿部弹簧形成的弹簧-质量系统。当腿达到最大长度时，机械止动装置允许一小部分动能从身体转移到腿上，使脚能够离开地面。

支撑面具有刚度  $k_g$  和阻尼  $b_g$ 。阻尼系数的选择是为了防止脚在着陆和起飞过程中在地面上反弹。支撑面中的这种顺应性表示支撑面和脚的顺应性。我们假设地面的刚度远远大于腿的刚度  $k_g \gg k_l$ 。

## 跳跃

表 6.1 用于研究弹跳和扫掠控制的平面单足模型的参数。

当腿提供支撑时，加长致动器通过压缩腿弹簧和向上加速身体质量对系统产生积极作用。在支撑过程中缩短执行机构会对系统产生负面影响。能量通过在飞行过程中延长位置、驱动支承和缩短位置，在若干跳跃周期内注入到系统中。能

量是通过在支撑过程中缩短腿部，在腿部弹簧上做负功，以及在起飞时延长腿部来消除能量的。

下面的分析适用于支撑周期与飞行周期交替的重复跳跃。在腿提供支撑的跳跃周期部分，模型是具有固有频率的弹簧质量振荡器。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_\ell}{m}}. \quad (6.1)$$

如果我们假设在站立时发生半个周期的振荡，那么在重复跳跃期间，每个支撑间隔具有持续时间

$$T_s = \frac{\pi}{\omega_n} = \pi\sqrt{\frac{m}{k_\ell}}. \quad (6.2)$$

在飞行过程中，系统沿着由重力加速度决定的抛物线轨道运动。飞行时间是

$$T_f = \frac{2z}{g} = \sqrt{\frac{8H}{g}}, \quad (6.3)$$

其中  $g$  是重力加速度， $H$  是在脚下测量的跳跃高度。

一个完整跳跃周期的周期正好是  $T_s$  和  $T_f$  之和

$$T = \pi\sqrt{\frac{m}{k_\ell}} + \sqrt{\frac{8H}{g}}. \quad (6.4)$$

### 跳跃能量

当一个系统垂直跳跃时，它的能量有几种形式。身体和腿都有势能和动能，这是由于它们质量的垂直位置和速度，腿把能量储存在弹簧的弹性变形中。原则上，能量也可以储存在地面的弹性变形中，但我们假设跑动面有足够的阻尼，使能量不可能恢复-恢复系数为零。在调谐的赛道上跑步(麦克马洪和格林, 1978年)或在蹦床上跳跃都会违反这一假设。跳跃周期中任意时刻的总垂直能量由下式给出

$$E = m_\ell g z_1 + m g z_2 + \frac{1}{2} m_\ell \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} m \dot{z}_2^2 + \frac{1}{2} k_\ell (r_{s0} - r + w_\ell)^2. \quad (6.5)$$

当模型垂直站立，腿部弹簧伸展到静止长度，脚刚刚接触地面时，势能表达式被选择为零。从(6.5)中我们可以看到，能量可以储存在腿部弹簧中，可以储存在身体和腿部质量的运动中，也可以储存在身体和腿部质量的位置上。

在整个跳跃周期中，能量都会被空气阻力所损失，但这种损失通常很小(Pugh 1971)。在跳跃周期中，有两个事件会造成显著的能量损失，即着地和起飞。着地时，当腿部突然静止时，它的动能会消散到地面阻尼上。损失的能量是腿部未弹簧质量的动能。

$$\Delta E_{td} = \frac{1}{2} m_{\ell} \dot{z}_{1,td-}^2, \quad (6.6)$$

其中  $\dot{z}_{1,td-}$  是触地之前腿部的垂直速度。着陆时的能量损失  $\Delta E_{td}$  是飞行过程中总动能的固定分数  $m_{\ell}/(m+m_{\ell})$ 。

腿的机械止动装置在起飞时会耗散同样比例的动能。站立时腿部的垂直速度为零，身体的垂直速度为  $\dot{z}_{2,lo-}$ 。升空后  $\dot{z}_{1,lo+} = \dot{z}_{2,lo+}$ 。通过将发射前和发射后的线性动量相等，我们得到

$$m \dot{z}_{2,lo-} = (m + m_{\ell}) \dot{z}_{2,lo+}, \quad (6.7)$$

$$\dot{z}_{2,lo+} = \frac{m}{m_{\ell} + m} \dot{z}_{2,lo-}. \quad (6.8)$$

将(6.8)代入(6.5)，求出了升空前后的动能。在起飞时加速腿部向上时的能量损失是

$$\Delta E_{lo} = -\frac{m_{\ell} m}{2(m_{\ell} + m)} \dot{z}_{2,lo-}^2. \quad (6.9)$$

分数  $m/(m_{\ell}+m)$  表示腿的基本效率。当腿的未弹簧质量与腿的总质量相比较小时效率最高。

控制系统操作腿执行器以增加或减少总跳跃能量。当腿执行器的长度从  $w_{\ell}$  改变为  $w_{\ell} + \Delta w_{\ell}$  时，跳跃能量的变化由下式给出

$$\Delta E_{w_{\ell}} = k_{\ell} \left( \frac{1}{2} \Delta w_{\ell}^2 + \Delta w_{\ell} r_{s\Delta} \right), \quad (6.10)$$

其中  $r_{s\Delta}$  是腿弹簧相对于其静止长度的位移， $r_{s\Delta} = r_{s0} - r + w_{\ell}$  控制系统通过  $\Delta w_{\ell}$  为负值来消除能量。对于给定的  $\Delta w_{\ell}$ ， $\Delta E$  的大小取决于腿的长度和位置致动器。这在站立时适用。当腿部致动器在飞行过程中改变长度时，它会改变身体和腿部质量之间的间隔。虽然储能有暂时性的增加，但在机械停机时很快就会消散。

在飞行过程中加长底部的致动器和缩短致动器会导致总的跳跃能量增加。在飞行过程中缩短底部的致动器和加长会导致总的跳跃能量降低，最终为零。

在站姿期间，控制系统可以通过组合(6.9)和(6.5)来计算下一飞行阶段的总跳跃能量：

$$E_f = \frac{m}{m_{\ell} + m} \left( m_{\ell} g z_1 + m g z_2 + \frac{1}{2} m_{\ell} \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} m \dot{z}_2^2 + \frac{1}{2} (k_{\ell} r_{s\Delta}^2) + \frac{1}{2} k_g \dot{z}_0^2 \right). \quad (6.11)$$

为了使系统跳到在脚下测量的高度  $H$ ，总垂直能量必须为

$$E_H = m_{\ell} g (H + l_1) + m g (H + r_{s0} + l_2). \quad (6.12)$$

这假设在峰值高度时，腿部和身体的垂直速度为零，腿部没有储存能量。因此，在最高海拔时，所有能量都表示为海拔势能。产生高度  $H$  的跳跃所需的能量变化可以从 (6.12) 到 (6.5) 找到。为了提供或移除特定能量  $\Delta E$  腿执行器必须延伸

$$\Delta w_\ell = -r_{s\Delta} + \sqrt{r_{s\Delta}^2 + \frac{2\Delta E}{k_\ell}}. \quad (6.13)$$

腿部弹簧在站立时必须压缩的距离和腿部缩短的距离是腿部系统机械设计中的一个重要参数。站立时腿部弹簧的最大压缩是身体和腿部质量、腿部刚度和跳跃高度的函数。它可以在 (6.12) 和 (6.13) 中找到：

$$\Delta r = \frac{mg}{k_\ell} + \sqrt{\frac{m^2g^2}{k_\ell^2} + \frac{2(m_\ell + m)^2gH}{mk_\ell}}. \quad (6.14)$$

### 跳跃的仿真结果

利用计算机模拟测试了垂直能量操纵对跳高的调节作用。附录 6A 中给出的运动方程被数值积分，以观察作为时间函数的行为。图 6.2 显示了一个简单测试的结果。模型从静止状态开始，然后腿部执行器在每个循环中注入能量，直到达到所需的值。为了表示物理执行器的有限响应时间，我们将增加和减少作为时间的二次函数：

$$w_\ell(t) = w_{\ell,0} + kt^2, \quad (6.15)$$

其中  $w_{\ell,0}$  是位置致动器的初始长度，而  $k$  是定时常数。执行机构的行程被限制在  $w_{\ell,min} < w_\ell < w_{\ell,max}$ ，因此在单个循环中可以注入最大能量。需要几个循环才能达到所需的跳跃高度。

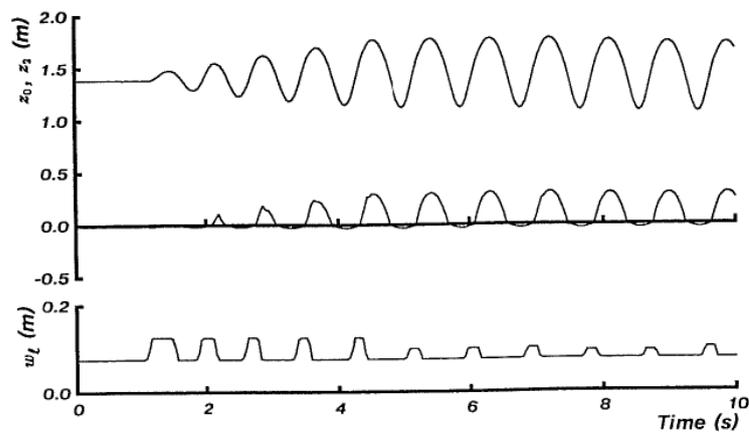


图 6.2 垂直跳跃。从休息开始，增加垂直能量，直到达到所需的跳跃高度。(上)臀部抬高。

(中间)脚部抬高。(下)腿执行器的长度。请注意垂直刻度的差异。出自莱伯特(1984a)。

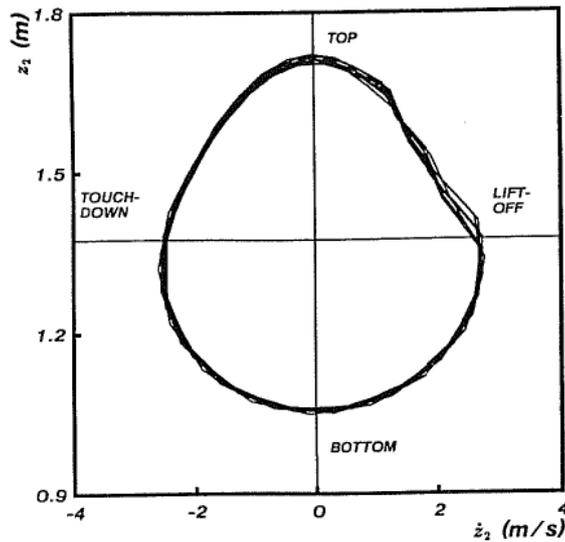


图 6.3 垂直跳跃的相位图。曲线与轴线交叉处指示了四个同步事件。数据来自图 6.2 的稳定部分。脱离和顶部之间曲线的粗糙部分表明机械止动装置被击中时发生的阻尼振动。请注意，位置绘制在纵坐标上，速度绘制在横坐标上，动作沿逆时针方向前进。来自莱伯特(1984a)。

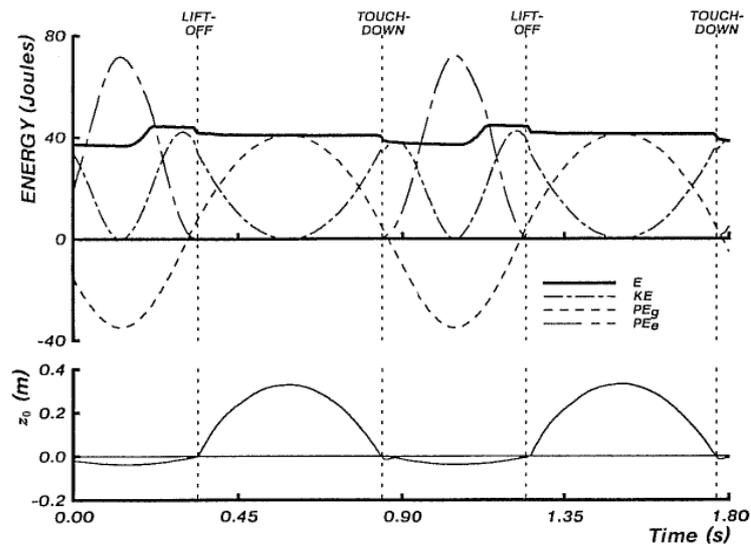


图 6.4 在恒定跳跃高度下进行两个周期的跳跃能量。显示了总能量、动能、引力势和弹性势能。能量突然损失发生在着陆和升空时，由垂直虚线表示。随着腿执行器的伸展，站立过程中总能量增加。出自莱伯特(1984a)。

图 6.2 中的部分数据在图 6.3 中的相平面中重新绘制。物体的速度绘制在横坐标上，标高绘制在纵坐标上。飞行过程中的抛物线轨迹是由恒定重力加速度引起的，而姿态过程中的谐波轨迹是由弹簧引起的。

其各种形式之间的能量交换，如(6.11)所示，如图 6.4 所示。它显示了跳跃到固定高度的两个周期内的动能、重力能、应变能和总能量。总能量曲线中有三

个有趣的事件：当腿的未弹簧质量突然加速到停止时的触地损失，当腿的未弹簧质量突然加速到飞行速度时在升空时的损失，以及当腿执行器做功注入能量时在站立时能量的增加。

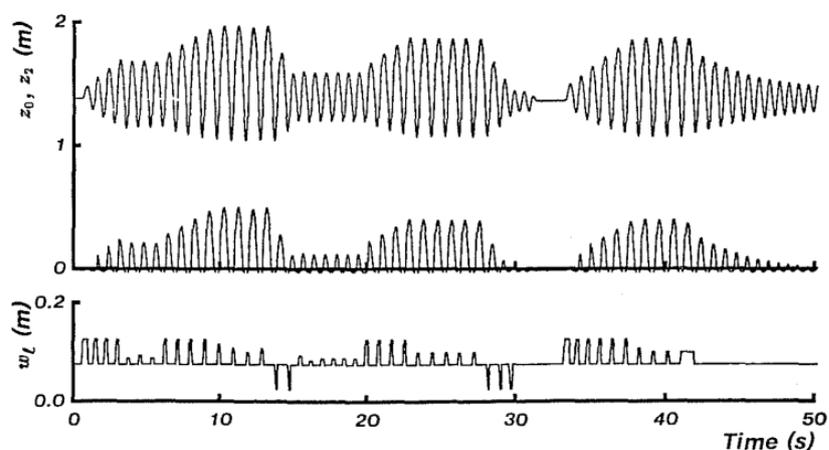


图 6.5 垂直跳跃序列。在时间  $t=1, 6, 13, 20, 28, 33, 40$  时，期望的跳跃高度  $H=1.7, 2.0, 1.6, 1.9, 1.4, 1.9, 1.4$ 。在  $t=28$  开始的下降是主动阻尼的，而在  $t=40$  开始的下降是被动的。(上)臀部抬高。(中间)脚部抬高。(下)腿执行器的长度。

图 6.5 显示了垂直跳跃的控制。控制系统在整个序列中多次调整跳跃高度。通过增加能量 ( $t=1, 6, 20, 33$ ) 来增加跳跃高度的能力和通过去除能量 ( $t=13, 28$ ) 来降低高度的能力都被显示出来。主动阻尼 ( $t=28$ ) 比被动耗散跳跃能量 ( $t=40$ ) 的下降速度快得多。

### 跳跃策略

可以操纵跳跃周期中腿部缩短的时间，以优化各种标准：

如果腿在起飞时变短，那么在飞行过程中脚的离地间隙是最大的。当地形不平坦或高速旅行需要在飞行过程中进行较大的水平腿部旅行时，这一点很重要。如果摆动时腿不短，它可能会撞到脚趾。升空时的缩短也会减少腿部在飞行过程中的惯性矩，因此腿部可以更快地向前摆动，对身体的角度影响较小。

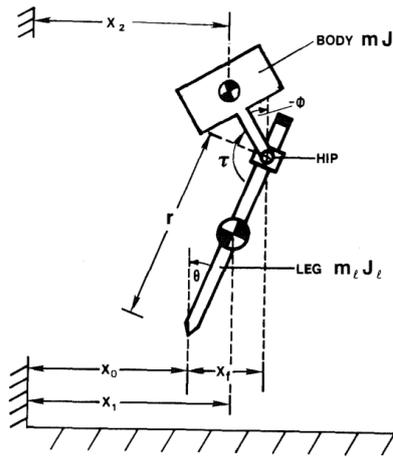


图 6.6。平面单腿模型。身体和腿是由臀部的铰链连接起来的。支腿由一个弹簧和一个位置执行器串联组成，如上一节所述(参见图 6.1)。除了它们的质量，腿和身体还有惯性力矩  $J_l$  和  $J$ 。髋关节执行器可以在身体和腿之间的髋部施加扭矩  $\tau$ ；模型被限制为在平面上运动。运动方程见附录 6A，仿真中使用的模型参数见表 6.1。腿部角度  $\theta$ 、腿部致动器长度  $W_l$  和髋部致动器扭矩  $\tau$  在图中显示为正值。体角  $\phi$  显示为负值。

2. 如果腿部在顶部变短，则垂直动作之间的时间最大化。这种策略可以允许使用较慢的执行器。

3. 如果在触地的初始阶段腿部变短，那么对脚的地面冲击力就会降到最小。脚加速到地面速度的时间会增加。

腿部也可以在起飞时变短，在下次触地之前再次加长，然后在着陆时变短。这一策略显然是人类在跑步时使用的，它最大限度地提高了离地距离，同时将对脚的冲击力降至最低。然而，它的实现是以在每一步中每条腿额外的延长和缩短为代价的。

### 一种可供选择的三部分控制

为了制定用于控制本书中描述的机器运行的三部分分解，有必要为需要控制的每个变量分配一个控制动作。前脚摆动用于控制前进速度，站立时髋部扭矩用于控制身体姿态，腿部推力用于控制跳跃高度。实际上，一个控制操作可能会对系统的行为产生几个影响，但是除了对赋值变量的影响外，所有的影响都会被忽略。例如，站立时的臀部扭矩会产生一个水平地面力，使身体向前加速，但这一点被忽略了，控制系统将重点放在调整身体姿态的任务上。

由于控件操作具有多个效果，因此任何给定的赋值集都不是唯一的。除了前面章节中描述的那些任务之外，人们还可以设计用于腿部运动的控制系统。本节将演示这一点。报道了一种控制系统，它利用脚的位置来调节站立时的身体姿态

---

和臀部扭矩，以控制向前跑的速度。这些任务通过计算机模拟平面单腿模型进行测试，该模型与第二章中描述的机器相似。

### 腿部扫描算法

如果一个腿部系统要以恒定的速度运行，就不能有水平力作用在身体上。我已经描述了对称性是如何确保身体上的水平力是一个奇数函数，在每一步中平均为零。腿的推力和角度结合在一起，在站立的前半部分对身体产生向后的力，在站立的后半部分对身体产生向前的力。每一步的平均作用力为零，因此跑步速度不会从一步到另一步改变。

假设我们希望向前跑的速度在整个跨步过程中保持恒定，而不仅仅是跨步。在这种情况下，任何水平力都不应作用在物体上。支撑脚相对于身体应以与身体向前移动相同的恒定速率向后移动 $\dot{x}_f = -\dot{x}_a$ 。支撑脚的水平运动应该独立于身体的垂直运动，在支撑过程中，身体的垂直运动以腿部的压缩和伸展为主。

我们实现的扫掠控制算法通过在站立时以所需的旅行速率向后扫掠腿部和脚部来避免在身体上产生水平力。控制系统调整臀部角度以扫掠腿部，同时考虑腿部的瞬时长。腿长随着反弹运动在整个站立过程中的进行而变化。其效果是，在标称条件下，脚和地面之间的合力是垂直的。当身体的前进速度落后于预期值时，髋部伺服会发现脚的后退过程中出现了错误。它通过施加臀部扭矩来抵消错误，从而鼓励脚和身体迎头赶上。

在支撑过程中，随着系统的倾斜，身体的姿态也会发生变化。控制系统可以通过在着陆前为脚选择一个向前的位置来调整身体的姿态，这将在站立时提供净倾角。再一次，对称性决定了中性点，脚应该放在那里才能提供零净倾角。如果脚放在中性点上，那么前半个站姿时的后倾与后半个站立时的前倾是平衡的。与前几章描述的三部分控制算法 $\dot{x}T_s$ 不同， $\dot{x}T_s$ 现在可以准确预测 CG-Print 的长度和中性点的位置，因为前进速度是恒定的。

脚从中性点的位移会导致身体的净角加速度。控制系统可以使用身体姿态和身体姿态速率误差的线性函数来确定脚从中性点的位移。

### 算法的实现

用于测试腿部扫描算法的模型如图 6.6 所示。它合并了图 6.1 中所示的腿部模型，这在上一节中进行了描述。腿相对于身体绕由直线伺服驱动的铰链式髋部枢转：

$$\tau = -k_p(\gamma - \gamma_d) - k_v(\dot{\gamma}), \quad (6.16)$$

其中  $\tau$  是对髋部施加的扭矩， $\gamma$  是髋角， $K_p$ ， $K_v$  是反馈增益。典型数值为

$K_p=1800\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$  ,  $K_v=200\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$  ; 飞行时  $K_p=1200\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$  ,  $K_v=60\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$ 。

该模型假设在支撑过程中,摩擦力可以防止脚在地面上打滑。为了计算水平作用力在脚和地面之间,地面被建模为水平方向上的刚性阻尼弹簧( $k_g, b_g$ )。每次脚接触地面时,此弹簧的静止位置将重置为脚第一次接触的点。这种弹性表示支撑面和脚的组合柔顺性。

在与臀部一起向前移动的坐标系中查看问题,我们会看到任务是使脚以与地面相同的速度向后扫。腿部扫描算法通过在站立期间的每个时刻计算髋部的目标角度来完成此任务。目标角度基于向前移动的速率、腿的瞬时长度、着地后的时间以及着地时脚相对于臀部的位置。

如果已知站姿持续时间、车身前进速度和系统的几何形状,则控制系统可以计算出合适的腿角和扫掠函数。对于这里使用的模型,身体质量与臀部分开,因此重心的位置是身体和腿部角度的函数。重心相对于臀部的前移位置为

$$x_{cg} = \frac{(l_1 - r)m_\ell \sin(\theta) + l_2 m \sin(\phi)}{m_\ell + m}. \quad (6.17)$$

将脚放在中性点上不会提供身体姿态的净角加速度。中性点相对于质心的位置为

$$x_{f0} = \frac{\dot{x}T_s}{2}. \quad (6.18)$$

为了加速身体的姿态,通过身体姿态和身体姿态速率的误差的线性函数将脚从中性点移位:

$$x_{f\Delta} = k_\phi(\phi - \phi_d) + k_{\dot{\phi}}\dot{\phi}, \quad (6.19)$$

其中 $k_\phi, k_{\dot{\phi}}$ 是增益。在触地时,脚的前方位置是

$$x_f = x_{cg} + x_{f0} + x_{f\Delta}. \quad (6.20)$$

公式(6.20)提供了触地时脚相对于重心的向前位置。站立时,脚应以固定速度 $\dot{x}_d$ 相对于质心向后移动,此时支撑时脚相对于质心的水平轨迹为

$$x_f(t) = x_{cg} + x_{f0} + x_{f\Delta} - \dot{x}_d(t - t_{td}), \quad (6.21)$$

其中 $t_{td}$ 是触地得分的时间。为了在改变速度时限制最大加速度,在每个台阶上限制所需的行进速率,使得 $|\dot{x} - \dot{x}_d| < \Delta\dot{x}_{max}$ 。此用于定位脚相对于臀部的表达式(6.21)包含关于重心向前位置、中性点、所需位移和腿部扫掠功能的术语。腿的运动学,  $x_f = -r \sin \theta$ , 允许我们从(6.21)的右侧消除对腿角度的依赖:

$$-r \sin \theta = \frac{(l_1 - r)m_\ell \sin(\theta) + l_2 m \sin(\phi)}{m_\ell + m} + x_{f0} + x_{f\Delta} - \dot{x}_d(t - t_{td}). \quad (6.22)$$

腿、身体和臀部角度之间的关系为  $\gamma = \phi - \theta$ 。求解所需的臀部角度以放置脚，我们得到

$$\gamma_d = \phi + \arcsin \left( \frac{l_2 m \sin(\phi) + (m_\ell + m)(x_{f0} + x_{f\Delta} - \dot{x}_d(t - t_{td}))}{l_1 m_\ell + r m} \right). \quad (6.23)$$

在(6.16)中给出的髋部伺服用于将髋部移动到这个角度。垂直跳跃运动由上一节描述的能量调节技术控制。

### 腿部扫描算法的仿真结果

图 6.7 显示了使用腿部扫描算法以恒速运行。前进速度得到了很好的控制，每个周期只有很小的误差。人体姿态控制精度不高，但总体保持直立，最大误差在 0.15 拉德左右。在 0.3 Hz 左右的步进率下，体态有明显的振荡。这种摆动是由于飞行过程中需要向前摆动腿部造成的。

图 6.8 显示了对期望运行速度变化的响应。虽然控制系统成功地保持了模型的平衡，但在启动和停止加速度 ( $1=2.5, 8$ ) 过程中，身体姿态的调节很差。改变跑步速度所需的加速度会干扰身体的姿态。这些干扰可以从(6.21)中预测出来，它根据所需的速度向后扫腿。只有在身体受到扫地运动的干扰后，整个跳跃之后，控制系统才会调整脚的位置以进行补偿。在这个例子中，前进速度和身体姿态之间的相互作用很大，所以三部分的分解几乎被分解了。

解决此问题的一种方法是在脚部放置计算中提供一个可根据加速度进行调整的项。方程式(6.19)可替换为

$$x_{f\Delta} = k_\phi(\phi - \phi_d) + k_\dot{\phi} \dot{\phi} + k_{\ddot{x}}(\ddot{x} - \ddot{x}_d), \quad (6.24)$$

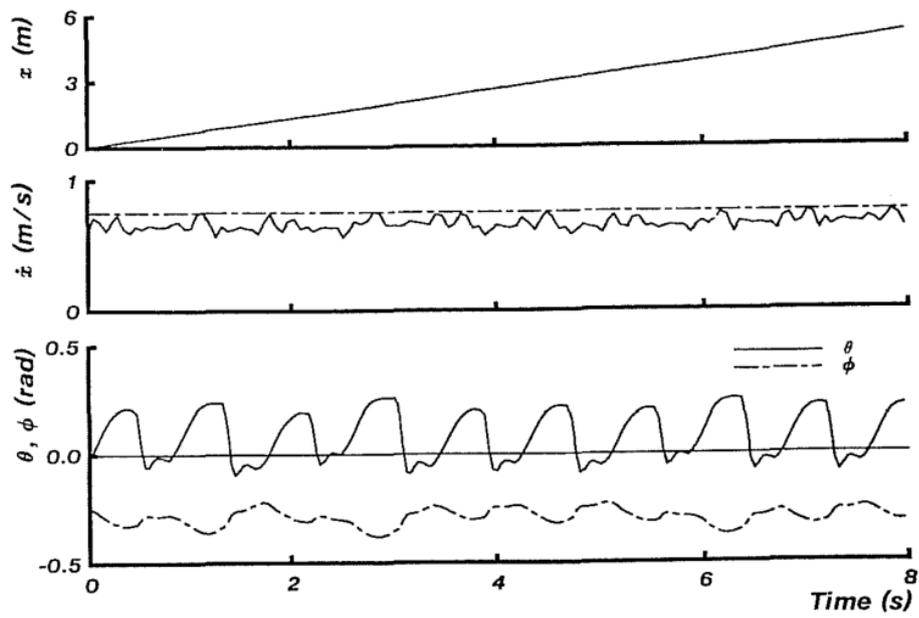


图 6.7 以恒定的前进速度运行是由腿部扫描算法生成的。行程速度为  $0.75 \text{ m/s}$ .  $k_\phi = 0.1 \text{ m/rad}$ ,  $k_{\dot{\phi}} = 0.15 \text{ m/rad/s}$ .

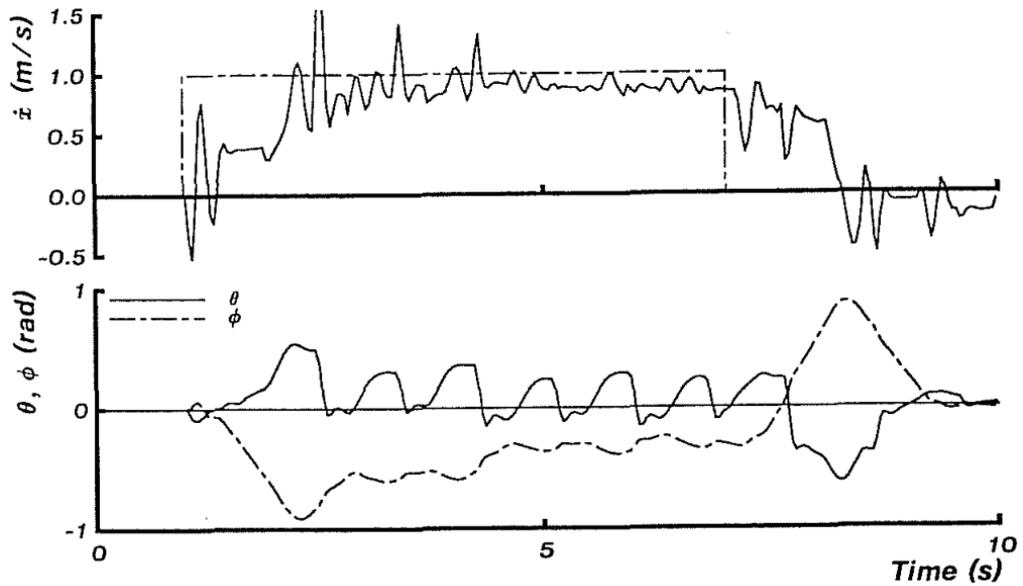


图 6.8 尝试适应所需运行速度的步长的扫描控制算法。改变速度所需的加速度干扰了身体姿态的控制。  $k_\phi = 0.1 \text{ m/rad}$ ,  $k_{\dot{\phi}} = 0.15 \text{ m/rad/s}$ ,  $\Delta \dot{x}_{max} = 0.45 \text{ m/s}$ .

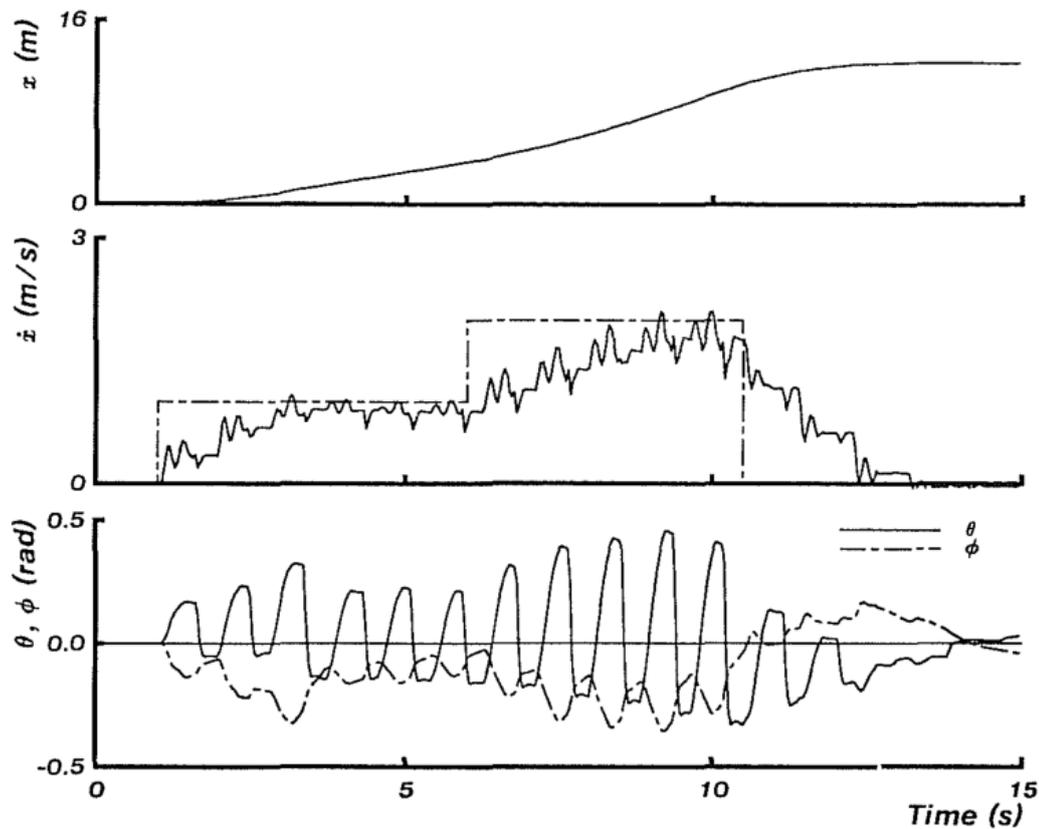


图 6.9 扫腿算法控制以所需的速度运行  $\dot{x}_{2,d}$  (如第二张图所示), 步长变化

$k_{\dot{x}} = 0.2, k_{\phi} = 0.1 \text{ m/rad}, k_{\dot{\phi}} = 0.1 \text{ m/rad/s}, \Delta \dot{x}_{max} = 0.45 \text{ m/s}$ . 来自莱伯特

(1984a)。

图 6.9 显示了改进的扫描控制算法的行为。模型开始原地跳跃, 然后加速到 1 米/秒, 然后加速到 2 米/秒, 然后减速到停止。运行速度控制精度高, 车身姿态控制精度大大提高。另一次跑步的加速度数据在图 6.10 中以卡通的形式显示, 运动模式可以更容易地可视化。

这种改进的扫描控制算法以牺牲三部分分解为代价来提高性能。该算法是一种折衷方案, 因为选择脚的位置不再仅仅基于控制一个变量, 在这种情况下是身体姿态。一般说来, 我预计更先进的控制系统将需要这样的折衷, 以牺牲简单性来提高性能。最终的折衷方案是使所有相关状态变量的脚位置、髋力矩和腿部推力成为非线性函数。下一章描述这样的控制系统。

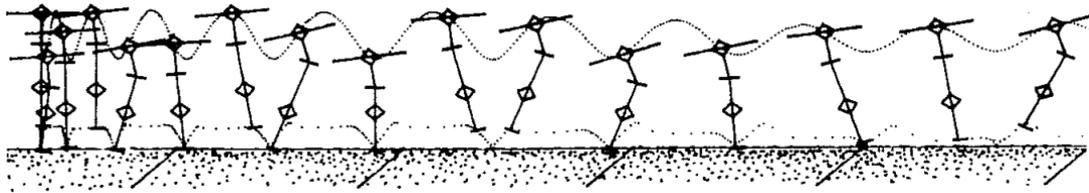


图 6.10 由扫腿算法控制的跑步动画。模型从站立加速到 2.2m/s 左右的时间为 10s，虚线表示臀部和脚部的路径(20ms/点，600ms/棒)。最大速度受脚与地面之间的间隙限制。出自莱伯特(1984a)。

## 四足跑的控制分类

在前面章节描述的跑步机器中，四足动物为探索运动控制的变化提供了最丰富的机会。本节概述了四足动物控制的一些替代方案，并列出了导致该控制的特定决策。其他的还没有被探索过。

## 机器坐标与世界坐标

四足机器的控制系统应该像汽车或飞机那样运行，其中所需的运动是相对于机器的位置和方向来表示的，还是像 3D 单腿跳跃机器的那样，其中所需的速度是相对于固定在房间的坐标系来表示的？房间坐标对于跳跃机器来说是自然的，因为它没有首选的方向，也因为我们没有控制它的朝向。机器坐标对于四足动物来说似乎很自然，因为它有一个首选的移动方向，向前和横向行为不对称，并且不需要的偏航运动不是什么问题。

注：或者在第一轮实验中，我们使用的是机器坐标。第四章中描述的用于四足动物的中心坐标系随躯干平移，并随躯干改变其朝向方向，但不受躯干俯仰和侧滚的影响。

## 跳跃周期

运动周期中的事件应该如何控制控制动作之间的切换？一种方法是松散地耦合腿部之间的相互作用。也许可以把每条腿都当作机器上的唯一一条腿来对待。每条腿可以根据自己的跳跃周期的进度来推进，每条腿可以在飞行过程中根据自己对飞行开始的评估和对前进速度的估计来定位，每条腿可以在站立时施加扭矩来纠正身体，当腿提供支撑时。在这种情况下，控件将是完全独立的。唐纳(1984)试验了六条腿步行机器的独立腿部控制。

另一种方法是将腿的活动紧密地耦合在一起。假设每个步态指定一组动作一致的腿。在一组动作中，所有腿的关节状态将决定运动周期中的事件。例如，在小跑中，当对角线的两条腿都与地面接触时，就会发生触地得分。用于控制跳跃

---

高度的腿部推力和用于控制身体姿态的臀力矩将与关节跳跃周期相协调。速度控制将取决于机器重心的估计速度。

在这两个极端之间有许多中间可能性。例如，一组腿可以一起工作来提供垂直推力，但也可以单独控制身体的姿态。在用于速度控制的集合中，腿的移动可以根据腿的单独活动来计时，而它们移动到的位置可以由身体的整体速度来确定。想必，实验将给我们提供线索，让我们在众多可能性中找到合理的选择基础。

注：在第一轮实验中，我们将所有腿的活动顺序紧密地结合在一起。

### 协调腿推的机构

让四条腿的机器运转的关键是协调同时在地面上动作的腿所传递的推力，这样各种变化就不会使机器倾覆。飞行过程中身体姿态的变化导致脚在不同的时间触地，使协调腿提供的推力的任务变得复杂。另一个问题是腿部的不同推力会加速身体的姿态。因为脚只能在地面上推，所以对如何控制差动推力也可能会有限制。有几种看似合理的方法来控制腿部推力：

1. 飞行过程中伺服腿的长度，以便一组一起动作的所有腿在地面以上的每只脚的间隙是相同的。两脚平躺在水平面上，所有的脚同时着地。

2. 伺服提供支撑的所有腿的长度，以使它们产生相同的轴向力。对于一次只有一只脚着地的步态来说，这是很复杂的。一只脚一着地，腿就会突然伸展，承担起它的那份负荷。在一个以步态为中心概念的系统，控制系统可以延迟推力伺服，直到一组腿中的所有腿都接触到地面，或者直到它们承担了很大的负荷。

3. 伺服所有腿的长度，提供支撑以保持身体水平。伺服必须小心，不要拿起脚，因为在站立时，胶水不会将脚固定在地面上。长度误差和空气弹簧压力的线性组合可能会正常工作：

$$r_{d,i} = L - k(p_i - p_{ave}), \quad (6.25)$$

其中， $r_{d,i}$  是第  $i$  个支路的期望长度， $L$  是由跳跃算法确定的支路长度设置点（它在站立期间可能会改变）， $P_i$  是第  $i$  个支路中的空气弹簧压力， $P_{ave}$  是平均空气弹簧压力， $k$  是增益。

如果用腿长来控制身体姿态，那么在计算腿长的设定值时，控制系统必须同时考虑跳跃控制和姿态控制。

4. 根据每条腿的不同状态独立推进，不做任何明确的协调。在单腿跳跃机器中，身体在腿上被动弹跳的方式是相当令人满意的。对于一台有几条多条腿的机器来说，这样做会很有趣。

协调腿部推力，使其为身体提供姿态稳定，或使其不干扰身体姿态稳定，是控制四腿系统运动的中心问题。

注：在第一轮实验中，控制系统伺服所有腿的长度，提供支撑以产生相等的

---

轴向力。

### 速度控制

在控制机器的运行速度时，支腿应该一起操作还是独立操作？假设控制系统可以通过组合来自所有支撑腿和陀螺仪的信息来确定机器的前进速度，那么有两个主要的选择：机器质心的速度可以确定脚放在哪里，或者每个臀部的速度可以确定每只脚放在哪里。如果我们想对偏航旋转做一些花哨的事情，第二种方法可能是好的。例如，我们可能希望机器的前端保持静止，而后端横向移动。例如，司机可能会使用花哨的操纵杆来指定转弯中心。

另一种完全不同的控制向前跑速度的机制是使站立时的臀部扭矩成为前进速度误差的函数。如果使用这种方法，那么身体姿态必须依赖于站立过程中臀部扭矩以外的某种机制。本章前面描述的扫描控制方法属于这类机制。墨菲对有两条腿的平面模型的模拟也使用了这种机制(Murphy 和 Raibert, 1985)。在飞行过程中，腿部根据实际前进速度进行定位，而与期望的前进速度无关。在站姿过程中，髋部扭矩用于校正速度误差。身体姿态要么是被动控制的，要么是通过腿的不同推力来控制的。

注：在第一轮实验中，我们根据质心的速度紧耦合飞行过程中腿部的的位置。

注：在第一轮实验中，我们使用了一种速度控制算法，该算法在飞行过程中定位浮标，并加入了误差项。我们没有使用扫描控制。

### 姿态控制

有三种方法可以控制身体态度：

1. 臀部扭矩。站立时的臀部扭矩是身体俯仰和侧滚姿态误差的函数。这种方法依赖于髋部扭矩和腿部弹性之间的良好互动。例如，如果姿势校正正是将身体向前倾斜，即机头朝下，那么接触地面的前腿必须缩短，后腿必须延长。此方法类似于平面和 3D 单腿机器中使用的方法，但当有多条腿时，该方法更为复杂。
2. 腿部推力。调节腿部的不同推力，提供支撑以重新调整身体方向。墨菲(1984)使用这种技术在平面两条腿的模拟中控制小跑。这项技术受到为特定步态提供支撑的腿的限制。例如，当四足动物同一侧的两条腿提供支撑时，它们的不同推力对身体的侧滚角度没有影响。

极限环。让机器在极限环中跷跷板。这可能被认为是一种利用腿部推力来控制身体姿态的形式，在跳跃周期中，推力腿在不同的时间动作，而不是在同一时间。极限环可以通过操纵腿部提供的推力来响应身体的运动来完成，也可以被动地完成。墨菲的模型使用这样一种被动的方法来稳定模型边界时身体的俯仰角

(墨菲, 1984)。

身体的姿态必须控制在两个轴左右, 俯仰和侧滚。利用臀部扭矩和腿部推力的姿态控制方法被称为水平控制, 而极限环姿态控制被称为摇摆控制。如果对滚动轴和俯仰轴分别进行姿态控制, 则不需要对这两个轴使用相同的方法。这可能是通常在动物身上观察到的步态背后的一个因素(表 6. 2)。例如:

1. Pronk 是一种四足步态, 它同步使用所有四条腿, 在俯仰轴和滚动轴上都使用水平控制。
2. 小跑可以在俯仰和侧滚两个轴上使用水平控制, 也可以在两个轴上使用摇摆姿态控制。第三种选择是, 它围绕对角轴进行姿态控制; 一步围绕一条对角轴, 下一步围绕另一条对角轴。
3. 步速使用围绕滚动轴的摇摆控制和围绕俯仰轴的平整控制。
4. 边界使用关于滚动轴的调平控制和关于俯仰轴的摇摆控制。

飞驰显然使用了关于俯仰的摇摆控制, 但还不清楚是什么稳定了滚动。在旋转奔驰中, 动物除了投球外还会左右摇摆吗? 它会绕垂直轴摆动吗?

注: 在第一轮实验中, 我们使用臀力矩对俯仰和滚动轴进行调平姿态控制。

表 6. 2 关于为几个步态提供每个轴的姿态控制的机制的猜想。

| Gait   | Pitch attitude | Roll attitude |
|--------|----------------|---------------|
| Pronk  | leveling       | leveling      |
| Trot   | leveling       | leveling      |
| Pace   | leveling       | rocking       |
| Bound  | rocking        | leveling      |
| Gallop | rocking        | rocking?      |

考虑到臀部扭矩是用来控制身体的姿态的, 那么提供支撑的腿的髋部扭转动作如何计时仍然是一个问题。有两种选择:

1. 当一组中的所有腿都承受了足够的负荷时, 该组中的所有腿都开始纠正身体姿态错误。需要足够的载荷, 这样当姿态控制力矩在脚部产生切向力时, 腿就不会打滑。当集合中的任何一条腿不再承受足够的负荷(紧耦合)时, 集合中的所有腿都终止姿态控制。
2. 当第  $i$  条腿第一次承受足够的负荷时, 它就开始纠正身体姿态错误。当第  $i$  条腿不再承受足够的负荷(松散耦合)时, 它会停止校正身体姿态错误。

姿态控制的另一种方式可以是紧密耦合的, 也可以是松散耦合的, 这与计算每个臀部的臀部扭矩的特定值有关。这与刚才讨论的时间问题是正交的。例如, 即使每条腿上的负荷决定了它何时应该产生臀部扭矩, 臀部扭矩的值也可以是目

---

前有多少条腿对姿态控制做出贡献的函数。

另一方面，脚与地面之间的摩擦力可能是用来纠正身体的姿态控制力矩大小的限制。让每条腿在承受载荷时产生扭矩的算法会产生与可用摩擦力大致成正比的姿态控制力矩。

注：在第一轮实验中，我们允许一条腿产生髋力矩，当所有的腿一起工作时，产生髋力矩来控制水平姿态，以承受足够的载荷。

注：在第一轮实验中，我们让每条腿为水平姿态控制提供的臀部扭矩的值独立于其他腿提供支撑的值。

## 恢复

恢复是抬起一条腿并在它没有提供支撑的情况下向前移动的过程。对于单腿系统恢复来说很简单：当脚离开地面时，腿就会移动到着陆所需的角度。在立场和复苏之间有一个严格的交替。

在有多条腿的系统中，当其他腿提供支撑时，有机会恢复一些腿。这有两个优点：

1. 飞行间隔不一定要足够长才能恢复一条腿。换句话说，腿部致动器在飞行过程中不需要足够快来恢复腿部。这是一个带宽和速度问题。
2. 因为恢复腿可以向前移动，而站立腿可以向后移动，所以系统在跑步时不需要像单独的系统那样倾斜那么多。

另一方面，复苏比以前更加复杂。最重要的问题是，当其他腿提供支撑时，要确保恢复腿足够短，以便清理地面。此外，如果腿需要缩短才能恢复而不卡住，那么恢复运动的各个阶段之间必须有协调：腿缩短、腿扫地、腿延长、身体弹道飞行和身体地面弹跳。在恢复运动的各个阶段之间必须进行协调：腿部缩短、腿部扫地、腿部延长、身体弹道飞行和身体地面反弹。这种协调的需要是在第四章所述的四足跑步机中提供腿长液压伺服驱动的主要原因之一。

提供协调性的一种方法是在恢复过程中伺服所有腿的长度，这样他们的脚就离地面有一段  $H_{\min}$  的距离。收回动议将分三个阶段进行：

1. 一旦起飞，缩短腿部，直到脚离开地面至少  $H_{\min}$ 。
2. 一旦获得  $H_{\min}$  的离地间隙，根据速度控制算法将支腿移动到向前位置。继续调整伺服腿长度以保持离地间隙。
3. 一旦获得向前位置，将腿延长到落地长度。

这种方法的局限性在于它依赖于  $z$  的估计，而  $z$  的估计依赖于  $\dot{z}(t_{lo})$  的准确估计。

另一种方法是将腿缩短到固定的恢复长度，在起飞后将腿向前移动一段固定

---

的时间间隔，并在固定时间之后将腿延长一段固定的时间。这是 I 型复苏。通过让站立腿的起跳事件触发恢复腿的延长，这种方法可以稍作修改。该变体被称为类型 II 恢复，其优点在于它提供了用于同步系统中的两组腿的手段-恢复腿与活动腿同步。

注：在第一轮实验中，我们使用了第二类恢复。

恢复算法实际上有两个部分。第一部分指定何时缩短腿部、何时摆动腿部以及何时延长腿部。另一部分指定缩短、摆动和加长腿的幅度和轨迹。对恢复动作计时的一种方法是使它们与站立腿的正在进行的运动同步。假设一组腿的动作完全一致。当站立腿着地时，恢复组可能开始摆动。当站立腿抬起时，恢复腿可能会延长。

大小和轨迹部分的方法也可能使恢复腿与站立腿协调。恢复算法可以将恢复腿的髋角伺服到站立腿髋角的负值。当然，在着地前一段时间，恢复脚必须移动到速度控制算法确定的位置，即使它与站立腿角度的负值不同。这两种恢复方法只适用于成对使用双腿的步态：小跑、步速和跳跃。

在这个讨论中，恢复被描述为三个部分的运动，即缩短腿，向前摆动，然后延长。可能还有另一种与恢复有关的动作，在脚接触地面之前，它会使脚相对于身体向后加速。如果操作正确，这会使脚的速度与撞击前的地面速度相匹配，因此脚不会因与地面的撞击而突然向后加速。这意味着脚上的磨损更少，可能会有更平滑的向前跑速度。这一恢复动作被称为预先的地面速度匹配，或者仅仅是地面匹配，这是一种改进，对于高速高效的移动非常重要。

我相信精确的地面匹配将很难实现。

问题是，就在接触之前，脚的后退运动必须满足两个条件：当接触发生时，脚在正确的位置，以及脚的后退速度与身体的前进速度相匹配。这就要求身体的垂直运动、身体的向前运动和腿部的向后运动之间要有很好的协调。

恢复算法的设计涉及两种规范：腿部动作的时序和动作本身的方法。算法必须指定何时停止缩短腿部以开始扫掠，以及何时停止扫掠腿部以开始加长。恢复算法还必须指定缩短、扫掠和加长的方法。将建议的特定恢复算法分解成定时规范和方法规范是有意义的。

## 腿部协调

我们必须选择协调各种腿动作的方法。虽然我们已经做出决定，建议腿的动作在各种情况下是松散耦合的还是紧密耦合的，但我们没有提供腿部动作的阶段性机制，无论它们的动作是否协调一致。

一种方法是什么都不做；让系统自己去做，系统可能会自己找到某种稳定的腿部阶段。例如，如果控制系统成功地稳定了身体的姿态，并将腿伺服到相同的

---

长度，那么当水平身体向下下降时，所有的脚都同时接触地面(假设支撑面是平的和水平的)。

有三种步态，每种步态都需要不同类型的腿部同步：

1. Pronk。所有的腿都一起行动。
2. Pair gaits。两条腿形成两对。在每一对中，腿是同步运动的，而在两对之间，腿是反相运动的。快步、步速和捆绑采用了这种成对的操作。需要两个同步：
  1. 每条腿应该与另一条腿几乎同步工作。四条腿组成两对。
  2. 这两对腿是异相运行的。

Gallops (疾驰而过)。一条腿一次着地，一条腿一次离地，一只、两只或三只脚在站立时提供支撑。

以下是为两个步态提供同步的方法。一对腿中同步运行的两条腿称为配对。移出相位的两条腿称为相反的腿：

1. 对于每条腿，为每个步态分配一个伴侣，如表 6.3 所示。
2. 为每条腿分配一个相反的步态，如表 6.3 所示。为了迫使 Pronk 进入这个框架，我们定义了一个虚幻的第五个分支，用\*表示。对于第五回合，触地得分、触地得分和起跳总是正确的。
3. 在恢复过程中，一条腿在另一条腿起飞后会延长。After 的定义很棘手。重要的是，当机器还在向上移动时，加长的腿不会撞到地面，而且在机器准备着陆时，它应该完全加长。
4. 在站立时，一条腿与它的伴侣同步插入。在两条腿都到了底部后，他们都用力推了一下。

**表 6.3** 一条腿和它的配偶以成对的方式同步工作。每种步态都有一对不同的伴侣。一条腿和它相反的一条腿工作不同步。LF, 左前; LR, 左后; RF, 右前; RR, 右后。

| Mate     |      |      |       |       |
|----------|------|------|-------|-------|
| Leg      | Trot | Pace | Bound | Pronk |
| LF       | RR   | LR   | RF    | LR    |
| LR       | RF   | LF   | RR    | RR    |
| RH       | LF   | RF   | LR    | RF    |
| RF       | LR   | RR   | LF    | LF    |
| Opposite |      |      |       |       |
| Leg      | Trot | Pace | Bound | Pronk |
| LF       | RF   | RF   | LR    | *     |
| LR       | RR   | RR   | LF    | *     |
| RR       | LR   | LR   | RF    | *     |
| RF       | LF   | LF   | RR    | *     |

## 总结

第 2 章到第 5 章描绘了一个人如何控制 • 跑步的狭隘图景。他们描述了一种方法、一套控制算法和一些实现。本章的目的是通过查看用于实现的因素和替代控制算法，在一定程度上拓宽图景。

第一节和第二节描述了与前面描述的不同的运行控制算法。他们指出，运动控制系统的设计空间很大，我们选择研究的算法没有什么神圣之处。

本章的第三节考虑在指定了控制算法的一般形式后为四足动物做出的一些实现决策。这些决定中的许多都是基于直觉做出的，或者纯粹是武断的。需要这样的决策是典型的实验方法，好的实验有助于做出更好的设计决策。

## 四足动物控制决策综述

以下是对第 4 章中报告的四足动物实验所做决策的简要总结。四足动物控制系统：

使用机器坐标。

紧密耦合所有腿的活动顺序。

每条腿的推力与力均衡伺服紧密耦合。

根据机器质心的速度，独立定位腿以进行速度控制。

使用了一种速度控制算法，只在飞行中定位脚。它没有使用扫描控制。

用于调平姿态控制的臀部扭矩：

1. 当所有腿一起工作时，允许一条腿产生臀部扭矩，用于水平姿态控制，以承受足够的载荷。
2. 让每条腿为水平姿态控制提供的臀部扭矩的值独立于其他哪条腿提

供支撑。

使用过的 II 型恢复。

### 附录 6A 平面单腿模型的运动方程

下列公式适用于图 6.1 和 6.6 中所示的模型；它们是根据达朗伯特原理从腿部和身体的自由身体示意图导出的：

$$\ddot{z}_1 = \ddot{z}_0 - l_1(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta), \quad (6.26)$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_0 + l_1(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta), \quad (6.27)$$

$$\ddot{z}_2 = \ddot{z}_0 + \ddot{r} \cos \theta - r(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) - l_2(\ddot{\phi} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \phi) - 2\dot{r}\dot{\theta} \sin \theta, \quad (6.28)$$

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_0 + \ddot{r} \cos \theta + r(\ddot{\theta} \sin \theta - \dot{\theta}^2 \cos \theta) + l_2(\ddot{\phi} \sin \phi - \dot{\phi}^2 \cos \phi) + 2\dot{r}\dot{\theta} \sin \theta, \quad (6.29)$$

$$m_\ell \ddot{z}_1 = F_z - F_t \cos \theta + F_n \sin \theta - m_\ell g, \quad (6.30)$$

$$m_\ell \ddot{x}_1 = F_x - F_t \sin \theta - F_n \cos \theta, \quad (6.31)$$

$$J_t \ddot{\theta} = -F_x l_1 \cos \theta + F_z l_1 \sin \theta - F_n(r - l_1) - \tau, \quad (6.32)$$

$$m \ddot{z}_2 = F_t \cos \theta - F_n \sin \theta - mg, \quad (6.33)$$

$$m \ddot{x}_2 = F_t \sin \theta + F_n \cos \theta, \quad (6.34)$$

$$J \ddot{\phi} = F_t l_2 \sin(\phi - \theta) - F_n l_2 \cos(\phi - \theta) + \tau, \quad (6.35)$$

其中

$(x_0, z_0)$  是脚的坐标，

$(x_1, z_1)$  是腿的质心坐标，

$(x_2, z_2)$  是身体质心的坐标，

$(F_x, F_z)$  是脚上的水平和垂直力，

$(F_t, F_n)$  是作用在腿部和身体之间的髌部的力。 $F_t$  与腿部相切，而  $F_n$  与腿部垂直。

消去  $x_1, z_1, x_2, z_2, F_n$  和  $F_t$ ，我们可以用状态变量  $\theta, \phi, z_0, r$  来表示这些方程，并且代入  $R = r - l_1$ ，我们得到

$$\begin{aligned}
(mRr + J_\ell)\ddot{\theta} \cos \theta m + ml_2 R \ddot{\phi} \cos \phi + mR\ddot{x}_0 + mRr \sin \theta = \\
Rm(\dot{\theta}^2 R \sin \theta - 2\dot{\theta}\dot{r} \cos \theta + l_2 \dot{\phi}^2 \sin \phi + l_1 \dot{\theta}^2 \sin \theta) \\
- l_1 F_x \cos^2 \theta + (l_1 F_z \sin \theta - \tau) \cos \theta + F_k R \sin \theta,
\end{aligned} \tag{6.36}$$

$$\begin{aligned}
(mRr + J_\ell)\ddot{\theta} \sin \theta + ml_2 R \ddot{\phi} \sin \phi - mR\ddot{z}_0 + mR\ddot{r} \cos \theta = \\
-Rm(\dot{\theta}^2 R \cos \theta + 2\dot{\theta}\dot{r} \sin \theta + l_2 \dot{\phi}^2 \cos \phi l_1 \dot{\theta}^2 \cos \theta - g) \\
- l_1 F_x \cos \theta \sin \theta - \sin \theta (l_1 F_z \sin \theta - \tau) + F_k R \cos \theta,
\end{aligned} \tag{6.37}$$

$$\begin{aligned}
(m_\ell l_1 R - J_\ell)\ddot{\theta} \cos \theta + m_\ell R \ddot{x}_0 = \\
R(m_\ell L_1 \dot{\theta}^2 \sin \theta - F_k \sin \theta + F_x) - (F_z l_1 \sin \theta - F_x l_1 \cos \theta - \tau) \cos \theta,
\end{aligned} \tag{6.38}$$

$$\begin{aligned}
(J_\ell - m_\ell l_1 R)\ddot{\theta} \sin \theta + m_\ell R \ddot{z}_0 = \\
R(m_\ell l_1 \dot{\theta}^2 \cos \theta - F_k \cos \theta + F_z - m_\ell g) - (F_z l_1 \sin \theta - F_x l_1 \cos \theta - \tau) \sin \theta,
\end{aligned} \tag{6.39}$$

$$\begin{aligned}
J_\ell l_2 \ddot{\theta} \cos(\phi - \theta) - Jr \ddot{\phi} = \\
R(F_k l_2 \sin(\theta - \phi) - \tau) + l_2 \cos(\phi - \theta)(l_1 F_z \sin \theta - l_1 F_x \cos \theta - \tau),
\end{aligned} \tag{6.40}$$

where

$$F_k = \begin{cases} k_\ell r_{s\Delta} & \text{for } r_{s\Delta} > 0 \\ k_{stop} r_{s\Delta} - b_{stop} \dot{r} & \text{otherwise} \end{cases}, \tag{6.41}$$

$$F_x = \begin{cases} k_g(x_0 - x_{td}) - b_g \dot{x}_0 & \text{for } z_0 < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \tag{6.42}$$

$$F_z = \begin{cases} k_g z_0 - b_g \dot{z}_0 & \text{for } z_0 < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}. \tag{6.43}$$

---

## 第 7 章 表格运行控制

### 运行的表格控制

本章讨论使用大表的预先计算数据来控制前进速度。表格方法利用了通过划分系统状态来确定腿行为的定期循环特征变量分为两组：一组在每个周期以固定模式变化；一组每个周期自由变化的集合。仅第二组变量确定表的大小。存储的数据通过数值计算模拟有腿模型在通过姿势部分时的进度运行周期。重复的模拟被用来表征不同着陆条件的模型。

由于用于控制的表的大小可能会过大，多项式曲面用于近似表格数据。好仅用几十个就获得了表格数据的近似值条款。仿真显示了使用表格和多项式的可行性控制飞机平衡和前进速度的方法一条腿的女模特。

### 使用表格进行控制的背景知识

使用精心组织的表格数据的控制算法可为复杂的动态系统提供良好的控制。表格技术很强大，因为它们使用任意复杂的计算结果进行控制，但是实际进行计算的时间代价是离线产生的。运行时计算通常非常简单，可以高速执行。在计算机器人机械手动力学技术的比较中，霍勒巴赫（Hollerbach）表明，当将表格方法应用于少于 9 个关节的机械手时，所需的运行时间最少（Hollerbach 1980）。

表格技术 1 本章基于题为“动态中平衡的表式控制”的论文。腿式系统”，最初由 M. H. Raibert 和 F. C. Wimberly 撰写自 IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC-14:2, 1984.

表格控制方法的另一个优点是表格使易于实现简单形式的学习和适应。表格控制器通常对状态变量执行简单的计算确定适当的控制值。计算基于表示要控制的系统的动力学。因为计算很简单，通常很容易确定计算的系数，前提是控制计算的形式是已知的。当系数值出现学习根据观察到的数据确定计算的

被控制系统的行为（Albus1975a, 1975b, Raibert1978, Miura 和 Shimoyama (1980)）。

表格控制方法的主要问题是他们需要的表-表的大小随状态数呈指数增长表征动态系统所需的变量和控制输入（Raibert1977）。研究人员已经在许多方面攻击了这个问题方法。Albus 使用了散列函数来映射天文表大小放入计算机的可用内存中以控制机器人机械手（Albus1975a, 1975b）。他的哈希函数旨在使用操纵器动力学的知识以最小化哈希碰撞。在这种情况下，散列起作用是因为控制器而不是控制器

有可能产生所有可能的运动，仅涉及已获悉的机械手运动的子集。霍恩和雷伯特通过敲击来减小控制操纵器所需的表的大小计算和表格化之间的平衡

(Raibert 和 Horn 1978)。他们发现，对于大多数具有  $n$  个关节的操纵器， $(n-1)$  维配置空间表就足够了。西蒙斯等。(1982) 减少通过查找操纵杆来控制操纵杆的表的大小状态输入的最佳量化。

在本章中，我们描述了一种保持平衡的表格控制器并调节跳动的运动系统中的向前行驶速度一条腿。找到合适大小的有用表的任务已完成，不是通过操纵表格的形式，而是通过对问题进行分区分成可以分别解决的部分。问题一旦分区，

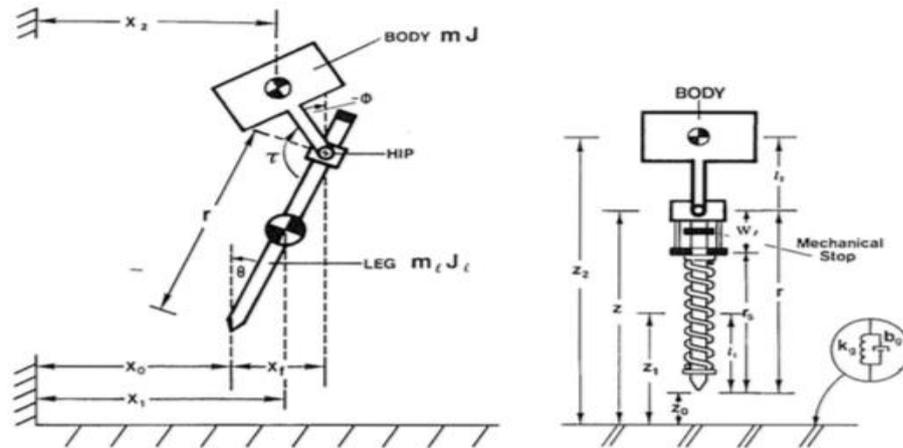


图 7.1。用 Planar 单腿模型研究表格控制。

身体有质量  $m$  和惯性矩  $J$ ，并且腿的质量  $m_l$  和惯性矩  $J_l$ 。它们通过铰链型髋部连接，致动器围绕该髋部产生扭矩  $r$ 。支腿由刚度为  $k_l$  的弹簧和静止长度  $r$  为 0 的弹簧组成，与位置长度为  $w_l$  的执行器。腿的重心位于距腿的中心  $l_l$  处。脚丫子。身体刚硬，重心位于臀部上方  $l_b$ 。地面以阻尼弹簧建模，参数为  $k_g, b_g$ 。腿致动器使系统以跳跃运动的方式定期离开地面。整个系统的运动仅限于飞机。给出了运动方程附录 6A 中的参数，仿真参数的值在表 6.1 中列出。

该表仅处理状态变量的子集。该方法使用运动的重复循环性质，以找到简单的分区。我们还表明低阶多元多项式可以有效地逼近表格数据。这样的多项式需要更少的东西数据比表多，但运行时计算要多一些。数据是展示了使用两种方法控制仿真结果的结果一脚跳车。

在原地跳动过程中，脚在每个步骤上的放置决定了有腿的系统如何平衡并影响系统的前进

速度。考虑第 6 章中描述的平面单腿模型如图 7.1 所示。它有一个身体，一个有弹性的腿，一个由提供扭矩  $T$  和小的脚的执行器。该模型的更多细节在第六章中给出了运动方程。模型提示和天平像一个倒立的钟摆。如果将脚放在左侧，

则系统提示并向右加速。如果脚放在右边，系统提示并向左加速。如果将脚直接放置在身体下，系统既不会倾斜也不会加速。对应的当系统以前进速度行驶时，将应用一组规则。对于每个向前的速度都有一个脚的向前位置，提示系统或更改前进速度。

脚放置的影响很重要，因为脚的位置可以通过扭动臀部来直接控制脚部相对于身体的位置在飞行过程中，因为脚一旦放置就无法移动，并且脚的位置强烈影响平衡。对于当前的问题，我们想到系统第一次接触地面时脚的位置，而不是作为状态变量，但作为控制输入。一旦确定了步进活动的周期，则存在以下问题：控制平衡和前进速度是选择放置位置之一每个周期的脚都将使系统进入所需状态。我们主要与前进速度和姿态有关身体。更具体地说，控制任务是找到脚的位置触地之前，脚和脚之间有接触的那一刻接地，以最大程度地减小脚踩下那一刻起立时的状态误差离开地面。感兴趣的状态误差是正向速度误差 $\pm$ ，体角 $\phi$ 和体角率 $\dot{\phi}$ 。假设在飞行过程中腿的角度通过形式的线性伺服调节

$$\tau = -k_p(\theta - \theta_d) - k_v(\dot{\theta}),$$

(7.1) 其中  $k_p$ ,  $k_v$  是反馈增益。进一步假设，在站立期间，腿和脚之间的角度  $(\theta - \theta_d)$  主体通过类似于 (7.1) 的线性伺服保持恒定。的问题是在给定的情况下，找到使性能指标

$$PI = Q_1(\dot{x}_{lo} - \dot{x}_d)^2 + Q_2(\phi_{lo} - \phi_d)^2 + Q_3(\dot{\phi}_{lo} - \dot{\phi}_d)^2,$$

PI 最小的  $\theta_{td}$  触地得分状态， $x_{td}$ ：其中  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  是重量。

表格控制方法

为了最小化(7.2) 需要与状态相关的关系  $r$  升空到着陆状态时的系统状态

$$x_{lo} = \Gamma(x_{td}),$$

$$\begin{aligned} x_{lo} &= [\dot{x}_{lo} \ \phi_{lo} \ \dot{\phi}_{lo}] \\ x_{td} &= [x \ \dot{x} \ z \ \dot{z} \ \phi \ \dot{\phi} \ w \ \dot{w} \ \theta \ \dot{\theta}] \end{aligned}$$

通常，系统在态势期间，即着陆时的状态向量会影响着陆和着陆。步进周期的常规性质允许我们划分将状态变量分为两组，从一个步进周期到接下来的那些没有。我们假设  $z$ ,  $\dot{z}$ ,  $w$  和  $\dot{w}$  从一个周期到下一个周期沿着相同的轨迹变化。价值这些变量对于 (7.3) 中表示的关系很重要，但是它们的效果在跳到跳之间几乎是恒定的。因此这些变量不必在 (7.3) 中显示为自变量，可以表示为根据状态变量的子集

$$\mathbf{x}_{lo} = \Gamma(\mathbf{x}'_{td}),$$

其中:

$$\mathbf{x}'_{td} = [\dot{x}_{td} \ \phi_{td} \ \dot{\phi}_{td} | \theta_{td}].$$

$$\mathbf{x}_{td} = [\dot{x}_{td} \ \phi_{td} \ \dot{\phi}_{td}]$$

我们称向量 触地状态向量,

$$\mathbf{x}'_{td} = [\dot{x}_{td} \ \phi_{td} \ \dot{\phi}_{td} | \theta_{td}]$$

扩充状态向量,

$$\mathbf{x}_{lo} = [\dot{x}_{lo} \ \phi_{lo} \ \dot{\phi}_{lo}]$$

起飞状态向量。

我们定义一个向量场 A, 使得存在一个对应于  $\mathbf{x}_{td}$ , 的每个分量的 A 的维在 A 中的点有一个  $\mathbf{x}_{lo}$  的唯一值。

对于这个问题, 我们将  $\theta$  视为控制输入, 因为它可以是在飞行过程中随意更改, 将  $\mathbf{x}_{td}$  的其余组件更改为 state。通常, 有  $i$  个控制输入和  $n$  个状态变量。向量字段 A 由多维表近似。

一表格的尺寸对应于 A 的每个尺寸, 所有尺寸被量化为 M 级。对于  $n$  个变量和  $i$  个控制输入, 每个量化为 M 值, 表中有  $M^{n+i}$  个超区, 每个存储一个  $n$  向量。必须选择 M 以充分精细地量化表格捕获  $\mathbf{x}_{lo}$  中的变化。

我们已经使用这样的表来控制仿真中的模型。向前速度  $x$ ，体角  $\theta$  和体角速率  $\dot{\theta}$  是状态变量用于对表进行寻址，因此  $n=3$ 。腿角  $\theta$  是控制输入， $i=1$ 。这些变量索引一个四维空间。每个维度

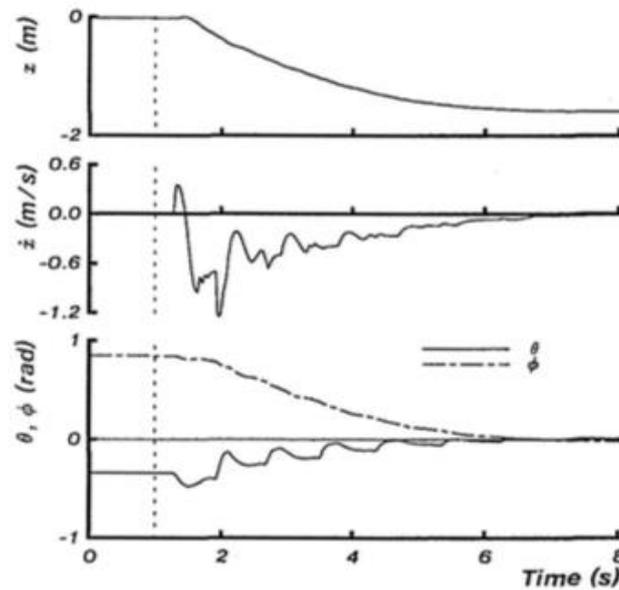


图 7.2 使用表格方法校正身体的方向。

在  $t=0$  初始身体姿势从 0.3m 掉落，跳频开始（虚卧式位置不受控制，因此位  $Q_3=1.0$ 。

$nM^{i+n}$

的误差为 0.8rad。在  $t=1$  时，系统（虚线）。大约 6s 之后，状态错误接近零。置更改无须校正。  $Q_1=1.5$ ， $Q_2=5.0$ ，

该表被量化为 9 个级别， $M=9$ ，要求=19,683 值将被存储。为了补偿量化的粗糙性，访

问表的函数  $T(x', t_d)$  执行线性插值在限制制期望值的  $2n+1$  个存储值中。

通过模拟大量运动周期获得表格数据具有系统变化的初始条件。对于这些模拟，姿态控制期间，腿与身体之间的角度保持恒定（7.1），就像受到控制时一样。为了最小化（7.2），沿着整个表中的  $\theta$  值确定的路径搜索表范围， $x=Xtd$ 。搜索的详细信息在附录 7A 中给出。在触地之前，将支脚移到最小值  $\theta$ 。

对该表格控制器进行了仿真测试，以实现简单的平衡问题。任务是使单腿系统恢复平衡从身体开始倾斜后的姿势。图 7.2 绘制用于测试的系统的机身角度和水平位置该系统从初始主体从 0.3m 的高度掉落

$$\dot{x}_d = 0, \phi_d = 0, \dot{\phi}_d = 0.$$

角度误差为 0.8rad。设定点为。垂直

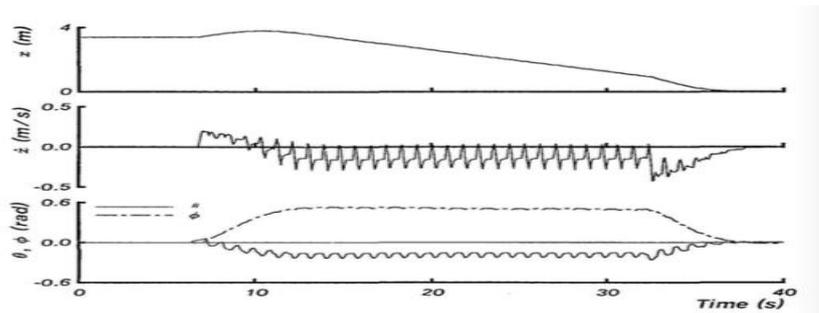


图 7.3 侧向台阶采用表格法控制。Q1=1.0, Q2=5.0, Q3=1.0。

在约 6 秒钟内达到无水平运动的姿势。在这测试未尝试控制水平位置  $x$ 。

使用相同的算法来控制前进速度，而系统从一个点移动到另一个点。图 7.3 显示了来自结果翻译，其位置是通过间接控制的速率控制。前进速度相当低，但可以精确控制没有像以前使用的线性控制器那样的极限循环实验 (Raibert1981)。向前行驶的速度很慢是一个假象根据简单的要求，在姿势过程中髋关节的受限运动脚部放置算法。它不是表格的固有属性控制方法。

在此处给出的示例中，控制输入  $\theta$  没有显式变化在着陆和提起之间的时间间隔内臀部角度固定在立场。通常，控制输入不一定是恒定的，只是它们的自由度变化不超过在表格中表示。这意味着控制信号的丰富变化只要所有变化都已完全确定，就可以接受通过使用 (7.3) 时可用的增强状态向量。

刚刚描述的表用于评估 (7.3)。控制实际上是通过找到给定的最小值 (7.2) 的  $\theta_{td}$  值来完成  $X_{td}$  和  $X_d$  的值。因为在此最小化过程中只有  $\theta$  变化，所以

$X_{td}$  和  $X_d$  固定，仅通过列表进行一维搜索需要数据才能找到最小值。最小化封闭形式在表格数据的每个量化区域内使用过程附录 7A 中所述。此过程大约需要  $(n(M+1) - 1) 2n$  一个控制输入的 +  $(M-1)(7n+1)$  乘积或大约 408 乘积每跳  $n=3, M=9$ 。

在某些情况下，可以创建一个不需要在运行时进行搜索以满足 (7.2)。这可以在特定情况下完成  $X_d, r/Jd\dot{c}, d, Q1, Q2$  和  $Q3$  的值在表的时间是已知的被建造。对于这种特殊情况，控制可以在没有运行时的情况下进行最小化。我们没有尝试这个想法。

### 表格数据的多项式逼近

最后一部分的数据表明表格方法可以有效地用很少的状态变量控制非线性动力系统输入。但是，即使分区了问题，内存需求这种方法在大型应用中变得越来越严格。在这本节我们展示了表格数据可以通过多项式近似在状态变量

中。多项式可以具有更少的系数比原始表中的条目要多，但要花费额外的运行时间计算。

对于具有  $n$  个要控制的状态变量和  $i$  个控制的系统输入，构造  $n$  个多项式，每个都是  $N=n+i$  状态的函数变量和控制输入。 $n$  个多项式中的每一个使总和最小变量的平方误差，它在表。

设  $A$  为矩阵，其中每行包含  $N$  个状态的值变量和控制输入；令  $B$  为包含未来值的矩阵（即，提起时）相应行中的状态变量。矩阵然后， $A$  和  $B$  形成表的数据结构。给定一个序列形式的不同术语

$$\left( \begin{array}{c} \phantom{[x_1^{\alpha_{11}} x_2^{\alpha_{12}} x_3^{\alpha_{13}} x_4^{\alpha_{14}}, x_1^{\alpha_{21}} x_2^{\alpha_{22}} x_3^{\alpha_{23}} x_4^{\alpha_{24}}, \dots, x_1^{\alpha_{M1}} x_2^{\alpha_{M2}} x_3^{\alpha_{M3}} x_4^{\alpha_{M4}}]} \\ 7.5 \end{array} \right)$$

$$[x_1^{\alpha_{11}} x_2^{\alpha_{12}} x_3^{\alpha_{13}} x_4^{\alpha_{14}}, x_1^{\alpha_{21}} x_2^{\alpha_{22}} x_3^{\alpha_{23}} x_4^{\alpha_{24}}, \dots, x_1^{\alpha_{M1}} x_2^{\alpha_{M2}} x_3^{\alpha_{M3}} x_4^{\alpha_{M4}}]$$

通过评估这些项来确定  $M$  列矩阵  $C$  的行由  $A$  的同一行定义的值。

$$C^T C X = C^T B$$

是一个线性系统，其解  $X$  在每一列中都包含系数最小二乘多项式的估计相应值的  $B$  列 (Stewart 1973)。多项式由按上述顺序选择指数，其中许多已设定归零。

使用此类多项式，可以将 (7.2) 最小化为封闭形式。的该程序的详细信息在附录 7B 中给出。对于单腿的情况机器，组成部分  $X$ :  $O_{dna}$ ,  $melyX_{td}$ ,  $\langle P, td \langle fatadn, d0td$ , 是多项式的自变量，以及  $X_{lo}$  的分量，即  $\pm 10$ ,  $c_{10}$  和  $c_{10}$  是要近似的变量。

使用相同的模拟程序测试了多个多项式在图 7.2 中进行了介绍，以及其他类似的测试。每一个情况下，将所得行为与通过表格获得的行为进行了比较数据。比较的一种量度是  $c$  轨迹之间的面积由表格产生的轨迹和由多项式产生的轨迹。使用的轨迹如图 7.4 所示，面积为在以下列表中给出：

- 24 项多项式由 3 阶或更小的所有奇数项组成。20 秒后，身体角度未达到设定值。面积表格和 24 项多项式的  $0$  轨迹之间的差值为  $3.24 \text{rad} \cdot \text{s}$ 。

- 40 项多项式由 1 和 3 的所有项以及 16 等级 5。行为类似于表格，但略有不同收敛速度较慢。表格的  $c$  轨迹之间的区域对于 40 项多项式为  $1.12 \text{rad} \cdot \text{s}$ 。

•68 项多项式包括 1、3 和 5 级的所有项。收敛比 40 项多项式稍快。的表和 68 项多项式的  $\zeta$  轨迹之间的区域是  $1.05\text{rad} \cdot \text{s}$ 。

•625 项多项式由所有项组成，使得指数每个自变量的小于或等于 4。与原始列表数据相似。 $\zeta$  之间的区域该表格和 625 项多项式的轨迹为  $0.23\text{rad} \cdot \text{s}$ 。

表 7.1 列出了每个多项式的近似误差。前面给出的面积度量可以更实际地评估多项式而不是全局拟合度量，因为它考虑了表的部分用于控制而不是。

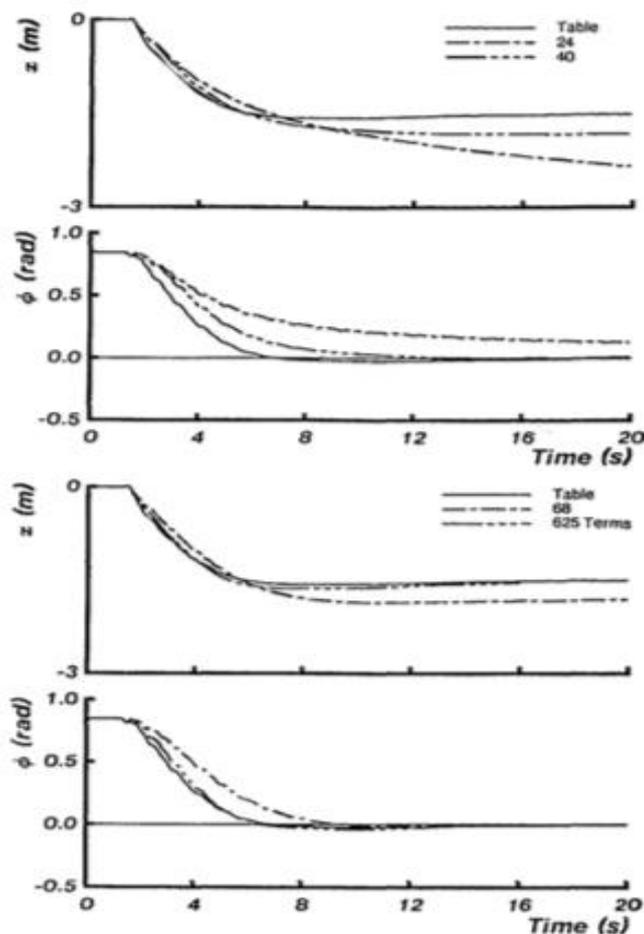


图 7.4 在测试中将多项式逼近与表格数据进行比较，使用与图 7.2 相同的步骤校正身体的方向。的回应

绘制表格数据和四个不同的多项式近似值。看到文字描述如何选择多项式项。

要使用该表，我们必须在运行时对其进行搜索以找到最小化 (7.2)。具体来说，这是将  $x$ ， $c$  和  $\dot{c}$  固定的搜索和  $\theta$  可以变化。该表相对于  $\theta$  等于  $-1 < \theta < 1$  间隔的点。在每个子间隔中，我们得出  $X_{10}$  的每个元素的线性插值公式。因为  $\theta$  是

表 7.1 每个三个状态变量的每个多项式的误差。

| No. of Terms | Mean Square Error |              |              |
|--------------|-------------------|--------------|--------------|
|              | $\dot{x}$         | $\dot{\phi}$ | $\dot{\phi}$ |
| 24           | 16.6              | 0.602        | 4.53         |
| 40           | 13.6              | 0.527        | 4.39         |
| 68           | 10.5              | 0.359        | 4.25         |
| 625          | 9.55              | 0.308        | 3.94         |

只有自由变量，我们用 (7.2) 代替  $x$ ， $c$  和  $\dot{c}$ ，用相对于 0，将结果设置为零，并求解为 0。8 个候选获得。我们选择一种全局最小化的方法。详细该程序在附录 7A 中给出。

在应用多项式时使用了类似的方法。因为  $x$ ， $\theta$  和  $\dot{c}$  在搜索  $\theta$  的多元多项式期间是固定的

四个变量在一个变量中成为更简单的多项式。例如，考虑上面讨论的 68 项多项式。最大功率三个多项式中的每一个出现的  $\theta$  为  $\theta_5$ 。计算时控制信号，我们为三个多项式中的每一个评估六个系数；这些由给定的  $x$ ， $c$ ， $\dot{c}$  值以及 68 原始系数。六项多项式被代数替换进入 (7.2)，然后将所得的 10 多项式与相对于 0。结果是 0 的阶数为 9 的单个多项式。其零为通过使用拉盖尔方法 (Dahlquist 等, 1974) 发现。表现在  $-1 < \theta < 1$  的间隔中为每个实零显式评估索引 PI 这些值中的最小值确定全局最佳值 0。附录 7B 中给出了此过程的详细信息。

此最小化步骤 (7.2) 不需要找到零有四个变量的大型多项式的集合。24 项多项式要求在  $\theta$  中找到一个 5 次多项式的零，而 40、68，和 625 项多项式需要找到 9、9 和 7 级的根多项式分别为 0。使用近似多项式的计算成本不能取决于具体情况，因为成本取决于多项式中包含哪些项，以及因为迭代方法用于查找根。为了对计算有一个大概的了解用多项式逼近表格数据的成本使用四个多项式中的每个多项式所需的乘法数

| Number of terms | Multiples to find polynomial in $\phi$ | Multiples to find roots | Total multiples |
|-----------------|--|-------------------------|-----------------|
| 24              | 196                                    | 360                     | 556             |
| 40              | 343                                    | 1035                    | 1378            |
| 68              | 460                                    | 1035                    | 1495            |
| 625             | 2822                                   | 875                     | 3697            |
| Table           |  |                         | 408             |

表 7.2 每个多项式和表的成本比较。求和的乘法数  $c$  中的多项式多项式求根乘

较早。成本分为两部分：乘数需要使用附录 7B 的方法来转换原始将多元多项式分解为一个变量  $\theta$  的多项式使用 Laguerre 的值找到该多项式的根所需的乘法数方法。如表 7.2 所示，这些粗略的操作计数表明具有几十个项的多项式只能用于三个或该表的运行时计算成本的四倍。625 项多项式所需的运行时间是表的近十倍要求。

## 结论

当简单时，表格可用于控制非线性动力系统反向描述不可用，或在评估此类描述时需要大量的运行时计算。的使用表格数据进行控制的限制在于表的大小需要。在本章中，我们以两种方式处理此问题。

- 首先，我们利用腿式运动的特殊特征为了将系统的状态变量划分为两组：以可预测的定型方式变化的那些那些自由变化的。只有自由变化的子集才对表格的大小。

- 其次，使用多元多项式近似表格数据。这大大减少了内存需求以额外的运行时计算需求为代价。我们研究了两个多项式，分别是 40 和 68 项低存储和运行时计算成本的良好性能。

解释本方法中表格数据使用的一种方法是它们用于对系统的未来状态进行预测基于当前状态。专门针对运动问题，表格数据基于增强后的状态提供了起飞时的状态预测触地得分状态向量。这样的预测提供了相同的信息以及系统方程的正积分。运动，但速度更快且计算量更少。

## 附录 7A 性能指标最小化表

给定着陆时的状态向量  $[\pm, 0, 0]$ ， $q$  的值；最小化需要性能指标  $PI$  ( $[x10010010]$ )，其中  $[\pm 10010010]=T([q; x00])$  是下一次提起时的状态向量； $T$  表示向量函数通过线性插值实现表格查找的函数，而  $T_i$  是  $T$  的第  $i$  个组件。

$$PI([\dot{x}_{lo} \theta_{lo} \dot{\theta}_{lo}]) = Q_1(\dot{x}_{lo} - \dot{x}_d)^2 + Q_2(\theta_{lo} - \theta_d)^2 + Q_3(\dot{\theta}_{lo} - \dot{\theta}_d)^2,$$

其中  $Q_1, Q_2, Q_3$  是重量，而  $\pm 10, 010, 010$  是期望值。

$$\dot{x}_A \leq \dot{x} \leq \dot{x}_B, \theta_A \leq \theta \leq \theta_B, \text{ and } \dot{\theta}_A \leq \dot{\theta} \leq \dot{\theta}_B,$$

假设， $\phi_A \leq \phi \leq \phi_B$ 。那里  $A$  和  $B$  下标指示存储在量化位置的相邻值在桌子上。另外，假设。考虑一个例子 (7.7) 右边的第一项，可以写成长列表数据：

$$Q_1(\dot{x}_{lo} - \dot{x}_d)^2 = Q_1 \left( \frac{(\phi - \phi_A)\dot{x}_B - (\phi_B - \phi)\dot{x}_A}{(\phi_B - \phi_A)} - \dot{x}_d \right)^2,$$

其中  $X_A = T_1[(q; A_{x00})]$  和  $X_B = T_1[(q; B_{x00})]$ 。换一种说法，对三个状态变量完成插值后，两个

括号中的  $q$ ； $q;A$  和  $q;B$  的表中的相邻值被替换线性插值公式。公式 (7.8) 表示线性表中的  $q$  插值；尺寸。

现在可以将 (7.8) 的右侧重写为

$$Q_1(\dot{x}_{lo} - \dot{x}_d)^2 = Q_1(\phi Q_A + Q_B)^2,$$

$$Q_A = \frac{\dot{x}_B - \dot{x}_A}{\phi_B - \phi_A} - \dot{x}_d \quad \text{and} \quad Q_B = \frac{\dot{x}_A \phi_B - \dot{x}_B \phi_A}{\phi_B - \phi_A} - \dot{x}_d.$$

对其他两个 (7.7) 项的处理相同

$$PI = Q_1[Q_A \phi + Q_B]^2 + Q_2[Q_C \phi + Q_D]^2 + Q_3[Q_E \phi + Q_F]^2. \quad (7.10)$$

通过对  $\phi$  进行微分，将结果设置为零，并求解  $q$ ；对于  $q$  的值，我们有一个封闭表达式；那

最小化间隔  $q$  中的 PI；一种

$$\phi = -\frac{Q_1 Q_A Q_B + Q_2 Q_C Q_D + Q_3 Q_E Q_F}{Q_1 Q_A^2 + Q_2 Q_C^2 + Q_3 Q_E^2}. \quad (7.11)$$

为了获得全局最小值，针对每个由  $q$  的量化确定的  $M-1$  个子间隔。

## 附录 7B 性能指标最小化多项式

近似列表的  $K$  项多项式的一般形式数据是

$$\begin{aligned} \theta_{lo} &= f_{1,1} \phi^{\alpha_{11}} \theta^{\alpha_{12}} \dot{\theta}^{\alpha_{13}} \dot{x}^{\alpha_{14}} + \dots + f_{1,K} \phi^{\alpha_{K1}} \theta^{\alpha_{K2}} \dot{\theta}^{\alpha_{K3}} \dot{x}^{\alpha_{K4}}, \\ \dot{\theta}_{lo} &= f_{2,1} \phi^{\alpha_{11}} \theta^{\alpha_{12}} \dot{\theta}^{\alpha_{13}} \dot{x}^{\alpha_{14}} + \dots + f_{2,K} \phi^{\alpha_{K1}} \theta^{\alpha_{K2}} \dot{\theta}^{\alpha_{K3}} \dot{x}^{\alpha_{K4}}, \\ \dot{x}_{lo} &= f_{3,1} \phi^{\alpha_{11}} \theta^{\alpha_{12}} \dot{\theta}^{\alpha_{13}} \dot{x}^{\alpha_{14}} + \dots + f_{3,K} \phi^{\alpha_{K1}} \theta^{\alpha_{K2}} \dot{\theta}^{\alpha_{K3}} \dot{x}^{\alpha_{K4}}, \end{aligned} \quad (7.12)$$

其中， $lo$  表示下一次提起时的值， $[00x]$  是状态向量触地得分。因为  $ef$  是唯一的自由变量，所以可以将 (7.12) 重铸为

$$(7.13)$$

$$\theta_{l_0} = F_{1,1}\phi^{\beta_0} + \dots + F_{1,N}\phi^{\beta_N},$$

$$\dot{\theta}_{l_0} = F_{2,1}\phi^{\beta_0} + \dots + F_{2,N}\phi^{\beta_N},$$

$$\dot{x}_{l_0} = F_{3,1}\phi^{\beta_0} + \dots + F_{3,N}\phi^{\beta_N},$$

其中  $f_{3,0}$ 、 $0$  和  $f_{3,N}$  是  $c_{in}$  在 (7.12) 中的最高幂。取代这些 (7.13) 中的等式产生了表示  $PI$  的度  $2/3N$  的多项式作为  $c$  的函数：

$$PI = G_0 + \theta_d^2 + \dot{\theta}_d^2 + \dot{x}_d^2 + G_1\phi^{2\beta_0} + \dots + G_N\phi^{2\beta_N}.$$

(7.14)

此多项式的导数的实零点可使用拉盖尔 (Laguerre) 方法。全局最小值是通过评估 (7.13)

每个零，然后将结果代入 (7.7)

---

## 第 8 章 关于动物和运动体的研究

本书的研究目的是发展一套理论和实验结果，帮助我们发掘足式运动的基本原理。这些基本原理可以提高我们对自然界中足式运动的理解，还能帮助我们设计实用的足式运动体。

在本章中，我们将注意力从足式机器人，转移到动物和运动体上。以下部分将足式机器人的研究结果与动物运动的研究联系起来。这一部分将会用我们已经讨论过的概念，提出应当对动物进行的一些实验，并要求将足式运动变为一项实用的技术

### 动物运动实验

为了理解自然的足式运动，我们需要进行实验。本节列出了一些实验，旨在探索生物用于行走和奔跑的控制机制和算法。每个实验都是基于研究足式机器人的过程中产生的一些观察或想法。这些运动的算法细节，比如那些已经在机器人中实现的算法，将有助于形成关于生态足式系统的实验问题。

对自然现象的研究也有助于发展机器人中感官运动控制的理论。生物学既能帮我们证明什么是可能实现的，还能为我们提供高级运动的相关数据。这些研究能解决以下两个问题：制造运动能力更优秀的足式运动体，以及理解足式动物的运动性能。

### 以机器人实验为动机的动物实验

**平衡算法** 在我们研究过的足式机器人和计算机仿真中，都使用一种特定的算法，来确定足端相对于身体质心的着陆位置。脚向前移动的距离为： $x_f = \frac{T_s \dot{x}}{2} + kx(x - \dot{x}d)$ 。上述计算公式基于倒立摆的预期对称倾翻行为获得。

那么动物会用这样的算法来确定足端位置吗？要找到答案，必须测量前进速度、悬空阶段身体的角动量，以及足端位置的微小变化。我们不必像在能量学和神经控制研究中那样，研究多步的平均行为，但必须使用同步运动学和力传感器数据来研究每一步中的误差项。

**平衡中的对称性** 我们为运动机器建立的控制系统中，运用了对称运动进行平衡。这种对称性规定，身体在空间中的运动，以及足端相对于身体的运动，在每个支撑周期内，都是关于时间的奇偶函数。猫和人的奔跑数据也表明了这样的对称性。原则上，对称性可以独立于腿的数量和步态。尽管如此，对称性只为平衡提供了充分的条件，而不是必要的条件，同时出现了许多的问题：

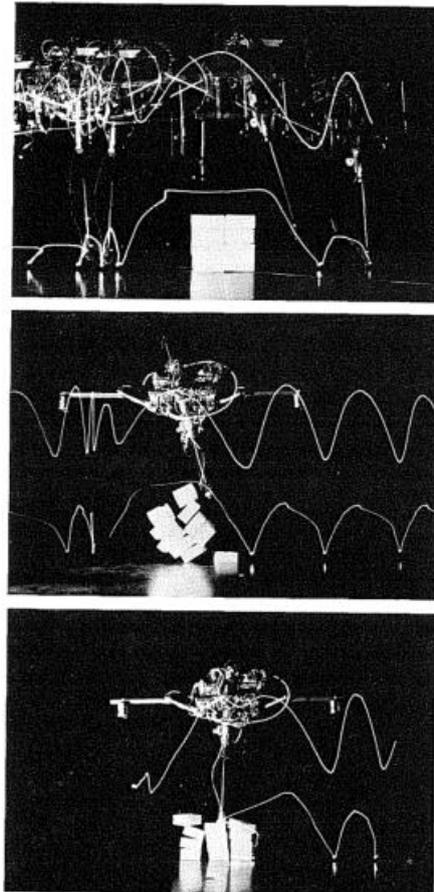
支撑点对称性运动，是否被人和动物普遍使用？

对称性的精度如何衡量？

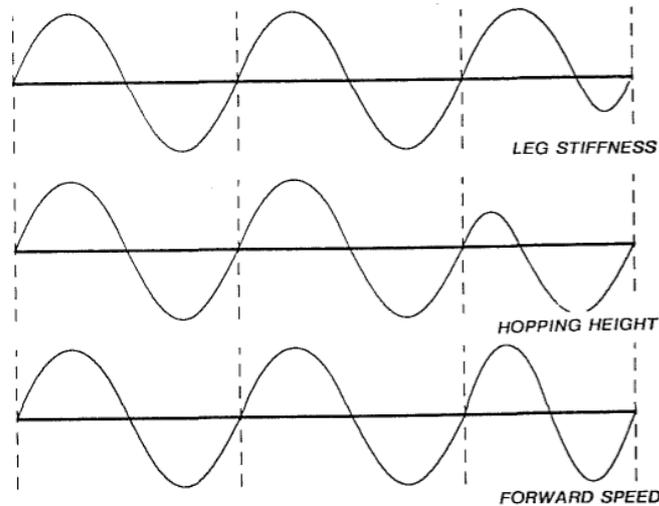
---

对称性理论能否像预测的那样，能够拓展至角运动当中？  
身体和腿的非对称性结构，将如何影响运动的对称性？  
腿的弹性能否通过限制腿的轴向推力，来提高平衡性？

**足端落点算法** 为了走过不规则地形，足式系统必须根据障碍来选择足端落点，且必须将足端落到选中的落点处。



**图 8.1** 足端位置对于不平坦地面移动是很重要的。为了成功跨越障碍物，足式系统必须使用正确定位的立足点。在顶部的照片中，用于跳跃脚的位置是好的，但是在中间的照片中，脚离积木太近，在底部的照片中，脚离积木太远



**图 8.2** 三种调整步长的竞争性策略。图中的实心曲线描绘了奔跑时身体的变化路径。当在水平线以下时，系统处于支撑相，当在水平线以上时，为悬空。垂直的虚线分割了步幅。顶部图片中控制系统根据站姿的不同，调整腿的刚度，进而调整支撑时移动的距离。中间的图片中，控制系统通过调整跳跃的高度来改变滞空时间。底部的图中，控制系统调整向前的速度。在上述的三种竞争策略图中，左侧的两个步幅是相同的，右侧的步幅则更短。摘自 Hodgins (1985)。

图 8.1 阐述了这种做法的不足之处。为了使得实验室机器人能够通过简单的不规则地形，我们确定了三种调整步长的竞争性策略。每一种策略都调整了步态的参数，即：

- 向前的速度
- 持续站立时间
- 持续摆动时间

图 8.2 描述了控制步长以及间接控制足落点的机制。那么有没有哪种机制是在自然系统中存在的呢？为了研究这点，我们可以观察动物越过障碍，或是观察落点固定时，人的奔跑行为。Lee, Lishman 和 Thomsan (1982) 的数据以及 Warren, Lee 和 Young (1985) 的数据表明，人通过改变摆动时间，来做出步长调整。

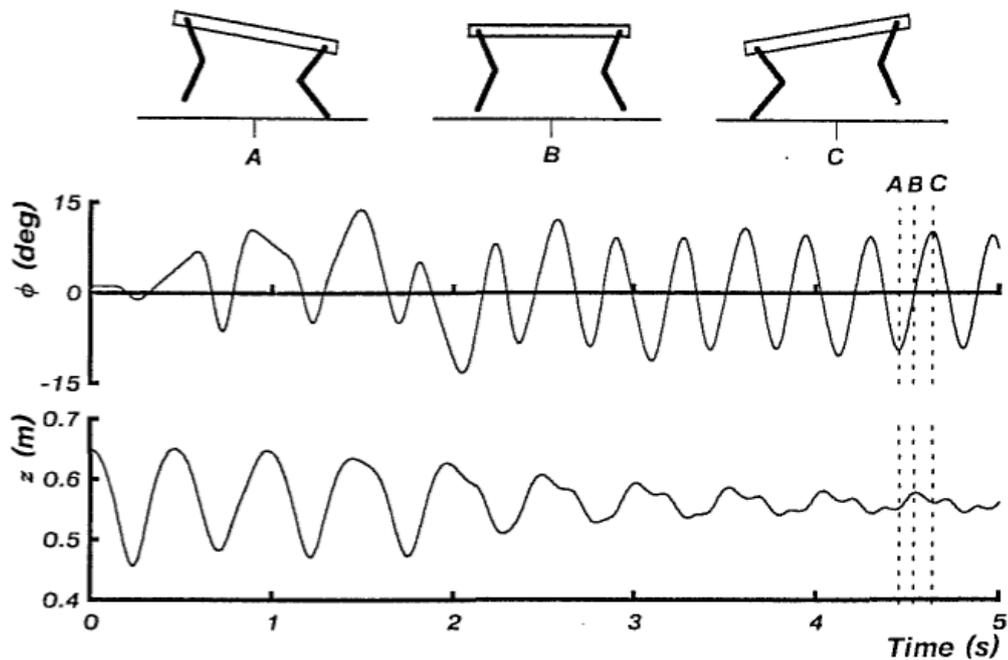


图 8.3 高度稳定的平面双足模型。最开始的时候有随机的摇摆，但很快就稳定了。顶部图片中的三个姿态，与垂直虚线相适应。摘自 Murphy 和 Railbert (1984)。

**身体质量分布** Karl Murphy 发现，身体质量的分布能够对运动系统的行为产生很大的影响。它定义了无量纲组，来表示物体的标准化转动惯量，即  $j = J/md^2$ ，其中  $J$  为身体的转动惯量， $m$  是身体的质量， $d$  是髌间距的一半。当  $j = 1$  的时候，髌位于身体受冲击部分的正中心。Murphy 发现，当  $j < 1$ ，身体的姿态可以被动地稳定在一个有界的步态中。当  $j > 1$  时，则不那么容易稳定。

这一发现为机构和动物行为提供了直接性启发。这是否能说明， $j < 1$  的动物不需要关心控制姿态俯仰，而只需要关心奔跑的速度和方向？要回答这一问题，我们首先需要测出大量四足动物的  $j$  值，并与这些动物的习惯性运动模式加以联系。比如说，四足动物的  $j$  值是否随其从小跑到快跑的过渡而发生变化？解剖学测量，比如 Fedak, Heglund 和 Taylor (1982) 的测量，将提供足够的数据来解答这一问题。

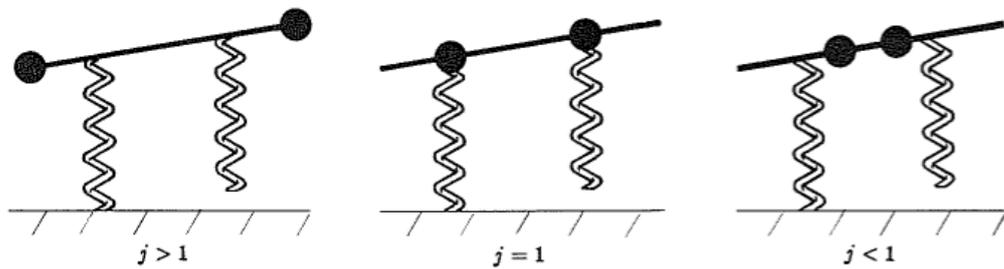


图 8.4 无量纲转动惯量,  $j = \frac{J}{md^2}$ , 预测了身体俯仰的被动平衡。右图中, 当  $j < 1$  时, 来自左腿的向上力导致了右腿向下加速。模型拥有被动俯仰平衡的能力。中图中, 当  $j = 1$  时, 系统像两个分离的振荡器, 具有中性稳定性。左图中, 当  $j > 1$ , 来自左腿的垂直力导致右腿向上加速, 模型不具有俯仰上的稳定性。

**航向 (yaw) 控制** 奔跑的人类如何防止自身沿着 yaw 轴旋转呢? 在单腿跳跃机器人中, 这一自由度的控制是非常困难的, 因为它没有能在地面产生旋转力矩的腿。但人类有一双大脚, 在原理上能够在地面上产生关于航向的旋转力矩。研究这一问题, 首先需要探究人类在奔跑的过程中, 在地面上产生的旋转力矩, 并将航向运动与身体的扰动关联起来。

**角动量守恒** 牛顿力学使得足式系统在悬空的时候必须遵守角动量守恒。那么, 在支撑相的时候, 足式系统有多接近角动量守恒呢? 在支撑相时, 我们并不要求角动量守恒, 因为此时腿能对地面施加力进行加速。然而, 在支撑相时, 遵守角动量守恒, 则能够提供更高的效率与更好的运行表现。

从质量上讲, 腿在支撑相中应该保持恒定的角动量。一条腿的角动量是角速度乘上转动惯量。我们观察到, 摆动腿比支撑腿旋转的更快, 但支撑腿的转动惯量更大。运动学数据将展示, 在支撑时角动量是如何精准保持的。

**虚拟腿** 我们制造了一台使用步行步态 (trotting gait) 的四足机器人。如第四章所述, 它使用了虚拟腿的概念来简化控制。使用虚拟腿的概念, 我们能将生成奔跑步态的问题分割成两个简单的问题。一个问题是, 要提供正确的运动算法来控制虚拟腿; 另一个问题是, 控制每个物理腿, 使得虚拟腿的行为符合要求。

那么动物是否会像虚拟腿那样, 将腿的行为耦合在一起呢? 要回答这个问题, 我们既需要测量步行和小跑时地面的作用力, 也需要测量两条支撑腿(的作用力)。其中一个重要的测试, 则是需要干扰一条或者两条支撑腿, 并测量腿的力响应。

---

## 哲学思想

为了研究移动和控制，把动物的研究和机器人的制造结合在一起，是一个值得关注的方案。生物系统的惊人的表现提供了巨大的研究动机，并通过其行为的细节提供了研究指导。它们能启发我们，什么行为是可能存在的。不幸的是，生物系统是非常复杂的，它有非常多的变量，精准的测量也很困难，实验人员能做的准备也很有限。或许，要关注一个问题的信息水平，本身就是困难的。

但另一方面，简单的实验室机器人是很容易制造的。精准的实验，测量以及控制成为可能，必要时也可以重新设计“对象”。然而，与生物比起来，这些实验机器人的性能是很差的。实验机器人很容易研究，但表现不如生物系统。

因此对生物系统的分析，和对实验系统的整合，两者是相辅相成的活动，每个活动都有其自身的优缺点。总之，这些活动可以相互加强，从而互相阐明，而不依赖于具体的实施细节。由于机器人与生物系统一样，都受到物理法则和环境的约束，两者所采用的解决方案可能拥有相似的原理。在解决机器人的问题时，我们为生物系统生成了一系列合适的算法。观察生物的行为，我们能为机器人发掘出合适的行为。

这种方法，以其最宏大的形式，使得机器人研究能够为机器人领域和生物学领域做出贡献，对生物学的研究亦然。

## 发展实用的足式机器人

本书所描述的奔跑机器人，应当被视为用于研究足式运动的实验仪器。他们并不是实用的运动体或是这些运动体的原型机。每一种机器人被设计来观察足式运动的某一方面，且通常不考虑实用性。只有考虑了实用性，才能考虑实用的运动体。

在制造实用的运动体之前，我们需要解决很多难题。其中一些问题要求理解足式运动过程的基本原理；还有一些则要求大量的工程实践。本节列出了足式机器人实用化前需要解决的一些难题。

结合当前的发展状况，括号中的数字粗略地评估了在每个领域中突破瓶颈的难度。(1 是非常简单，5 是非常难)。这些评分的前提是制作能够只在几分钟的间歇内接收人类信息的自动机器人。

### *在平地上行走和奔跑(1)*

只要系统使用外部提供的方向和速度标准，此问题迎刃而解。

### *在起伏的地形中行走(3)*

即便清晰地知道地形，仍存在大量的控制和规划问题。有几个问题导

---

致了复杂地形难以通过：

地面不水平

地面牵引力不足(打滑)

垂直变化

足端落点垂直高度的微小变化(小于半腿长度的变化)

足端落点垂直高度的主要变化(落点之间的垂直距离与腿系统的尺寸相当)

落脚点(极点)之间的障碍

复杂的落脚点(比如梯子的横档)

解决这类地形问题的方法包括运动、控制、规划方面的力学，以及大量的几何表示和推理。虽然中等粒度的地形知识很重要，但使足式系统对微小变化不敏感的技术也同样重要。制造能够穿越崎岖地形的足式系统，需要实质性的新机构设计。

### ***速度和位置的测量(2)***

向移动系统提供有关其位置、运动方向和运动速度的信息的问题非常重要。尽管这一问题在各种移动技术中都很常见，但正如我们目前设想的那样，足式系统对带宽的要求特别高。我所知道的卫星系统并不能提供所需的精细信息。专用技术在专门的环境中可能是可行的。

### ***地形感知(4)***

实现没有人类直接控制的实用足式系统，最重要的障碍是确定路径中地形的具体形状。这个问题涉及到感觉，认知和空间表征。这个问题的困难程度与系统预期工作环境的复杂度有关。移动速度也可能是影响困难程度的一个因素。

### ***自身功耗(3)***

真正的足式系统需要给自己提供能量。尽管携带大尺寸能源并不是太困难(比如总重超过一吨的车辆的大小)，携带小尺寸的能源依然是个困难的工程问题。

### ***优化有效载荷、范围和速度(1)***

如果一个运动系统要成为一个运输系统，它必须携带一个有效载荷，并且无干预携带有效载荷进行移动的距离是相当重要的。运输速度也很重要。部分有效载荷可能是用于移动的必要部分，例如计算设备、通信设备和

---

燃料。通常，还需要运输一些不属于运动系统本身的东西，例如一对机械手或者一个传感系统。

有效载荷能力、移动距离和速度之间的权衡，对运输来说并不是什么新鲜的问题，但对足式运动体影响的评估，则需要更多的研究。考虑这些因素，如何进行优化，是系统架构师和机械设计师们需要解决的问题。特殊的控制策略可能也很重要。

### 跑步与杂耍高度相似

1983年7月，在卡内基梅隆大学（Carnegie Mellon University）的一次非正式演讲中，克劳德·香农（Claude Shannon）提出了一些关于杂耍的想法：

定义：一般的杂耍中，对象与手接触的时间，对于所有对象和所有手都是相同的。从所有手上扔出的所有物体的飞行时间相等。

一般的杂耍，满足下列方程式：

$$\frac{N}{H} = \frac{D + F}{D + V}$$

其中，

N：对象个数

H：手的个数

D：滞留时间，即每个对象与手接触的时间

F：飞行时间，每个对象在空中花费的时间

V：手中没有对象的空闲时间

为了制造一个杂耍机器，香农提出了一种杂耍理论，它依赖于平面椭圆的变换来表示每只手的运动。相位，位置，平面以及椭圆的长宽比决定了杂耍的类型和形状。这些关于杂耍的观点，让我想到了杂耍和足式运动的很多共同点：

1. 都是往复运动，系统的动力学决定了往复运动的节奏
2. 杂耍的滞留时间 D，闲时间 V 以及飞行时间 F，与足式运动中的支撑时间、摆动时间以及悬空时间相对应。注意，对于单足机器人，摆动时间与悬空时间相同，而单球或者单手的杂耍里，空闲时间等于悬空时间。
3. 杂耍和奔跑中都存在着支撑的间歇性周期。在运动中，每个脚的触地属于一步周期内的一部分。在杂耍中，每个对象接触一只手的时间，也占对象运动周期的一部分。
4. 在这两个情境中，都有一部分时间用于弹道运动。由于在弹道运动相中，

---

物体的运动轨迹不能改变，因此在进行弹道运动前的精准控制非常重要。

5. 香农描述了一种使用由抛物线连接的椭圆变换的杂耍。我们有一种运动平衡理论，它将问题分解为平面部分和平面外部分。两者都是从平面的角度来处理三维现象。

考虑一场排球比赛与运动的关系。想象两个人正在热身准备比赛。两名球员站在球网的两侧，来回击球。因为他们只是在热身，他们同意互相击球，而不是将球传到很难接的地方。球在飞行过程中，会沿着一条平面内抛物线运动。每次击球时，球的方向都是相反的，这样球才能落在另一个球员的手中。

我们能在双足运动系统中，找到类似运动员与排球的配置。双足物体行走和奔跑身体的摇摆运动，能用球的往复运动模型进行描述。运动员与球的接触类似于脚和地面的接触。两个情景的主要不同在于，在排球当中，脚不会随着球一起运动，而是固定在原地。当球在飞行过程中，它的轨迹为平面内的抛物线。当球被击中，球的运动方向被改变，飞向对面的运动员。重点是，在排球和四足运动中，系统的质量必须在支撑点上来回移动，以保持活动。

目前为止，我所描述的内容都与原地奔跑相对应，但不难想象排球运动员们在来回击球时，都以相同的速度，朝着相同的方向前进。在这种情况下，前向运动将叠加在上下弹跳运动以及摇摆运动中，来控制运动员的间距。

### **运动与机械臂控制是否具有共同点？**

对足式运动的研究，能为研究机械臂控制带来什么？足式运动的研究又能从机械臂控制中获得些什么？

一方面，运动是一个比机械臂控制更加复杂的问题。运动系统中的状态变量不能简单地被测量。当然，内部变量，比如腿相对于身体的长度，是能被轻松测得的，但运动系统在空间中的位置只能通过间接手段测量。与此相反，要测量机械臂在空间中的位置并不是什么难事。我们仅需要从固定的地方开始，控制(机械臂)从一个连接点移动到其它连接点，使用角度传感器和运动学变换即可进行测量。除此之外，尽管机械臂控制系统使用分离的电机来直接控制每个机械臂，至少对于动态的系统来说，运动系统的平移与定向只能间接地通过朝某个方向跳跃、倾斜和下落来实现。

另一方面，机械臂控制又比运动控制更难。本书内容依赖于一个简单的、受约束的腿以及身体运动。跳跃运动就是当有弹性的腿和有质量的身体被激发时所

---

发生的振动。在悬空过程中，腿是相对于其终点放置的，而不考虑腿的运动轨迹。尽管有上述限制，这些行为拥有足式运动的重要特征。

与之相反，人们能够接受这样的观点：机械臂控制运用的技术，只适用于某种运动的子类，或是只适用于机械臂工容量的一部分。运动学，动力学，轨迹控制以及传感器的应用，有望成为不同工作环境中的关节运动的通用解决方案。

如果你认识到运动是一项任务，而机械臂控制是一种工具，那么你就可以调和运动和操纵之间的差异。运动是一项将系统及其内容物从一点移动到另一点的任务。通常，完成移动任务所需的具体足式运动只被间接关注，这可能是因为它们会影响运输的时间或效率。腿的运动用来完成运动目标。同样，机械臂的任务是堆叠、放置、插入、组装、上漆零件等。我们只关心机械臂是否完成任务，而不关心它的运动。

当人们以这种方式思考机械臂控制时时，根据机械臂及其要完成的运动，间接传感和控制的问题则与运动问题完全相同。与运动系统确定有效载荷相对于终点位置的问题类似，机械臂系统同样有空间中的相对终点的位置问题。与运动系统控制身体，机械臂系统同样有控制零件运动的问题。

如果你将机械臂系统视为一项任务，你就可以自由地使用专门的控制方法。这种方法产生的固定运动，只会是机械臂所能做的运动的子集。这种专门化与固定运动能够简化足式机器人运动的研究。也许，相应的方法也能够在机械臂中得到成功运用。

---

## 术语表

|  |           |
|--|-----------|
| biped  | 两足        |
| 2D one-legged machine                                    | 2D 单腿机    |
| 3D one-legged machine                                    | 3D 单腿机    |
| active balance 4 13-14 16                                | 主动平衡      |
| actuator coordinates 69 81 110                           | 执行器坐标系    |
| actuator symmetry 116                                    | 执行器对称性    |
| actuators: hydraulic 63-64 88 96                         | 执行器：液压    |
| pneumatic 33-34 63-65                                    | 气压        |
| amble 25   | 中速步行      |
| animal experiments 190-195                               | 动物实验      |
| animal locomotion xiii <sup>^</sup> 1-3 22 104 189-196   | 动物有机运动    |
| antisymmetric steps 120-121 124 132                      | 不对成步伐     |
| articulated legs 54                                      | 腿的具体详解    |
| asymmetry in running 43 46 133                           | 奔跑中的不对称性  |
| attitude control 47-48 70-71 95 154 163-166 193          | 体态控制      |
| leveling 164-165   | 调平        |
| rocking 164-165  | 晃动        |
| yaw 70 84 194  | 偏航        |
| axial leg thrust 34 41 90 99 162-163                     | 轴向腿部推力    |
| ballistic travel 5 17 29                                 | 抛物运动      |
| base of support 10 118 124                               | 支撑面       |
| biped 13-14 21 84 126-127                                | 双足        |
| body coordinates {B} 80 109                              | 机身坐标系     |
| body orientation 54 63 66 47-48 70-71 95 154 163-166 193 | 机身姿态      |
| body oscillation 53                                      | 机身振荡      |
| body posture 47-48 70-71 95 154 163-166 193              | 机身姿势      |
| body symmetry 43 115                                     | 机身对称性     |
| BOTTOM 37  | <b>底部</b> |
| bouncing frequency 146                                   | 弹跳频率      |
| bouncing 4 17 29   | 弹跳        |
| bound 83 92 95 104 164 169                               | 跨越        |
| center of support 5 10 124                               | 支撑中心      |
| CG-print 43-46 68 130 132 155                            | 重心足迹      |

---

|  |           |
|--|-----------|
| center of 46 53  | xx 的中心    |
| climb stairs 2 10                                      | 爬楼梯       |
| compass coordinates {C} 110                            | 指南针坐标系    |
| COMPRESSION 41 90                                      | <b>压缩</b> |
| control: body attitude 47-48 70-71 95 154 163-166 193  | 控制: 机身体态  |
| forward speed 40-48 67-70 154 163-163                  | 向前速度      |
| hopping height 17 37-39 144 152                        | 蹦跳高度      |
| leg sweeping 154-159 163                               | 扫腿        |
| pressure 33-34   | 压强        |
| three-part decomposition 18 37 67 93 154               | 三段分解      |
| coordinate systems 80-81 109-110 160                   | 坐标系       |
| body coordinates {B} 80 109                            | 机身坐标系     |
| compass coordinates {C} 110                            | 指南针坐标系    |
| hip coordinates {H} 80 109                             | 髋坐标系      |
| world coordinates {W} 80 110 160                       | 世界坐标系     |
| coordinate transformations 69 80-81 110-113            | 坐标系转换     |
| coordinating legs 22 83 92 107-108 161-162 168-169 195 | 对腿建立坐标系   |
| crab angle 66  | 偏航角       |
| decompose control 18 37 67 93 154                      | 分解控制      |
| differential leg thrust 162-163                        | 腿差别推力     |
| displacement of foot 44 67                             | 足部位移      |
| duration of stance $T_a$ 46 98                         | 立姿持续时间    |
| dynamic stability 4-6 16                               | 动态稳定性     |
| elastic energy storage 38                              | 弹性能量储存    |
| energy efficiency 10 147-148                           | 能量效率      |
| energy loss 35 147-148                                 | 能量损失      |
| equations of motion 138 139 171-172                    | 移动方程      |
| equilibrium hopping height 38                          | 平衡蹦跳高度    |
| equivalent leg 22 83 92 107-108 168-169 195            | 等效腿       |
| ESCAPE 48  | <b>离开</b> |
| experiments: 3D one leg 71-76                          | 实验: 3D 单腿 |
| planar biped 87-89                                     | 平面两足      |
| planar one leg 48-51                                   | 平面单腿      |
| quadruped 95-102)160                                   | 四足        |
| external disturbance 50 74                             | 外界干扰      |

---

|  |             |
|--|-------------|
| extraplanar motion 19 57                                     | 平面外运动       |
| facing direction(j)Y 66                                      | 面朝方向        |
| finite state machine 39-41 85 88 89                          | 有限状态机       |
| flight phase 17 41 90  | 飞行阶段        |
| FLIGHT 41 90   | 飞行          |
| folding legs 54  | 折叠的腿        |
| foot 33 70   | 足           |
| placement 17 40 44-48 51 59 176 190-192                      | 位移          |
| position displacement 44 67                                  | 位置位移        |
| forward foot position 17 40 44-48 51 59 176 190-192          | 向前足位置       |
| forward running speed: control 40-48 62-63 67-70 154 163-163 | 向前奔跑速度: 控制  |
| sensing 54 69 132 197  | 传感          |
| four-legged machine 22 89 95 160                             | 四腿机         |
| friction 33 47 65 70 155                                     | 摩擦          |
| gait: amble 25   | 步态:中慢步行     |
| bound 83 92 95 104 164 169                                   | 跨越跑         |
| canter 25  | 小跑          |
| enumeration 10   | 枚举          |
| gallop 25 104 126 164 169                                    | 狂奔          |
| Gatling 21-22 83 84  | 加特林机枪       |
| one-foot 21-22 84-87 89-91 130                               | 单足          |
| pace 83 92 95 104 164 169                                    | 同侧快走        |
| pronk 164 168-169  | 跳羚跳         |
| quadruped 25 83 89 92 95 102 104 164 169                     | 四足          |
| selection 10 11 105  | 选择          |
| transition 22 89 105   | 过渡          |
| trot 83 92 94 102 164 169                                    | 对角快走        |
| gallop 25 104 126 164 169                                    | 狂奔          |
| Gatling gait 21-22 83 84                                     | 加特林机枪步态     |
| GE walking truck 89 12-13                                    | GE 行走卡车     |
| gimbal joint 63 97   | 万向节         |
| ground contact sensing 31 96                                 | 触地感测        |
| ground speed matching 53 167                                 | 地面速度配合      |
| gyroscope 63-64 70 96  | 陀螺仪         |
| heading $\psi$ 66  | 头朝方向 $\psi$ |

---

|   |        |
|---|--------|
| hexapod 8 161                                     | 六腿机    |
| hip coordinates {H} 80 109                        | 髋关节坐标系 |
| hopping cycle 39 144 160                          | 蹦跳周期   |
| hopping energy 35 144 147                         | 蹦跳能量   |
| hopping height control 17 37-39 144 152           | 蹦跳高度控制 |
| human running 126-127                             | 人类奔跑   |
| hydraulic: actuator 63-64 88 96                   | 液压:执行器 |
| valves 33-34 64                                   | 阀      |
| hyperregions in table 177                         | 表中的超区域 |
| intrinsic mechanical behavior 136                 | 固有     |
| inverted pendulum 11-14 29 59                     | 倒立摆    |
| irregular terrain 1 11 100 196-197                | 不规则地形  |
| isolated footholds 1-2                            | 单独落脚点  |
| juggling 198-200                                  | 抛接物杂技  |
| jumping 52-53                                     | 跳      |
| kangaroo hopping 16 55                            | 袋鼠蹦跳   |
| kinematic linkages 6-8 10                         | 运动连杆   |
| kinematic transformations 69 80-81 110-113        | 运动学变换  |
| kinetic energy 38                                 | 动能     |
| leaping 52-53                                     | 跃进     |
| learning 174                                      | 学习     |
| leg:advantages of 1-3                             | 腿的优势   |
| angle sensing 0 64                                | 角度探测   |
| articulated 54                                    | 具体详解   |
| coordination 22 83 92 107-108 161-162 168-169 195 | 坐标系    |
| folding 54  | 折叠     |
| length sensing r 64                               | r 长度探测 |
| spring 88 96 144                                  | 弹簧     |
| sweeping 49)154-159 163                           | 摆动     |
| symmetry 115                                      | 对称性    |
| thrust 34 41 90 99 162-163                        | 推力     |
| legged vehicles 1 190 196-198                     | 足式载具   |
| leveling control 164-165                          | 调平控制   |
| LIFT-OFF 37                                       | 起飞     |
| LOADING 41 47 90                                  | 装载     |

---

|   |          |
|---|----------|
| machine coordinates 109 160                                 | 机器坐标系    |
| manipulation 195 200-201                                    | 操控       |
| mates 168-169   | 配对足      |
| mechanical disturbance 50 74                                | 机械干扰     |
| mobility 1 4 11 190 196-197                                 | 机动性      |
| model planar one leg 138 145-146 153 175                    | 平面单腿的建模  |
| planar two leg 139  | 平面两腿     |
| moment of inertia 35 67 98 146 194                          | 转动惯量     |
| dimensionless 193   | 无量纲      |
| multidimensional table 177 Murphy K                         | 多维查找表    |
| natural frequency 146                                       | 自然频率     |
| net forward acceleration $A_i$ 40 59 60-63                  | 净向前加速度   |
| neutral heading locus 62-63                                 | 中性头朝方向集合 |
| neutral point X/0 42-46 59 67                               | 中性点      |
| neutral speed locus 62-63                                   | 中性速度集合   |
| obstacles 5 52-53 197                                       | 障碍物      |
| one-foot gaits 21-22 84-87 89-91 130                        | 单足步态     |
| biped 84  | 双足       |
| quadruped 89-91   | 四足       |
| virtual biped 22 93   | 虚拟双足     |
| opposites 168-169   | 反对足      |
| orientation of body 54 63 66 47-48 70-71 95 154 163-166 193 | 机身姿态     |
| orientation sensing 54 63                                   | 姿态探测     |
| overlapping support periods 122-124                         | 支撑重叠时期   |
| pace 83 92 95 104 164 169                                   | 同侧快步     |
| pair gaits 83 92 168  | 双数对步态    |
| pairs of legs 83 168  | 双数对足     |
| pantograph 10   | 缩放仪      |
| passive stability 103                                       | 被动稳定性    |
| path control 77-78  | 路径控制     |
| pendulum: compound 54                                       | 复合摆      |
| inverted 11 12-14 29 59                                     | 倒立摆      |
| performance index 176 186-187                               | 性能指数     |
| pitch angle of body 如 $\theta/P$ 18                         | 机身俯仰角    |
| planar biped 21 84 86                                       | 平面双足     |

---

|  |           |
|--|-----------|
| planar one-legged machine: physical 14 16 30 | 平面单腿机: 实机 |
| simulated 149-152 157-160                    | 仿真结果      |
| planar two-legged machine 21 84 86           | 平面两足机     |
| plane of motion 18 60                        | 运动平面      |
| pneumatic: leg 34 63 65                      | 液压腿       |
| valves 33-34 64                              | 阀         |
| polygon of support 5 8                       | 支撑多边形     |
| polynomial approximations 180-184            | 多项式近似     |
| computational cost 183                       | 算力成本      |
| position control 50-51 71-76                 | 位置控制      |
| position sensing 32 73-74 197                | 位置探测      |
| posture 47-48 70-71 95 154 163-166 193       | 姿势        |
| power supply self contained 197              | 供电自给自足    |
| pressure sensing 33-34 88 96                 | 压强感测      |
| pronk 164 168-169                            | 跳羚跳       |
| quadruped 10 22 89 95 160                    | 四足        |
| rate control 48-50 71 102                    | 速率控制      |
| recovery motion 84 92 166-168                | 复原动作      |
| resonant bouncing 4 35                       | 共振弹跳      |
| ricochet 55                                  | 弹回        |
| robot manipulation 195 200-201               | 机器人操控     |
| rocking control 164-165                      | 晃动控制      |
| roll angle of body $\theta_R$ 18             | 机身翻滚角     |
| rough terrain 1 11 100 196-197               | 崎岖地形      |
| mobility 4 196-197                           | 机动性       |
| running speed 40-48 62-63 67-70 154 163-163  | 奔跑速度      |
| scissor symmetry 130-133                     | 剪刀对称性     |
| self contained power 197                     | 自给自足供电    |
| sensing: forward speed 54 69 132 197         | 探测: 向前速度  |
| ground contact 31 96                         | 地面接触      |
| leg angle $\theta$ 64                        | 腿角度       |
| leg length $r$ 64                            | 腿长 $r$    |
| orientation 54 63                            | 姿态        |
| position 32 73-74 197                        | 位置        |
| pressure 34 88 96                            | 压强        |

---

|   |               |
|---|---------------|
| terrain 11 197  | 地形            |
| sequencing mechanism 39-41 85 88 89                     | 排序机制          |
| servo 33 47 65 70 97 101 155                            | 伺服            |
| simulation: 3D one-legged model 77-78                   | 仿真(续): 3D 单腿模 |
|   | 型             |
| planar one-legged model 138 145-146 149-153 157-160 175 | 平面单腿模型        |
| simulation (continued): planar two-legged model 193     | 平面二腿模型        |
| sweep control 157-160                                   | 摆动控制          |
| six-legged machine 8 161                                | 六腿机           |
| stability: body attitude 47-48 70-71 95 154 163-166 193 | 稳定性: 机身体态     |
| forward speed 40-48 67-70 154 163-163                   | 向前速度          |
| yaw 70 84 194   | 偏航            |
| stairs climbing 2 10                                    | 爬楼梯           |
| stance phase 17   | 立姿阶段          |
| state machine 39-41 85 88 89                            | 状态机           |
| static crawlers 6-10 161                                | 静态爬行机         |
| static stability 4-5                                    | 静态平衡          |
| steady-state locomotion 118                             | 稳态有机运动        |
| steering 66 77  | 转向            |
| support base 5 8 10 124                                 | 支撑面           |
| polygon 5 8   | 多边形           |
| support periods overlapping 122-124                     | 支撑时期重叠        |
| support phase 17  | 支撑阶段          |
| sweep control algorithm 154-159 163                     | 摆动控制算法        |
| swing phase 84 92 166-168                               | 摇摆阶段          |
| symmetry 23-24 43 115                                   | 对称性           |
| animal running 124-129 190                              | 动物奔跑          |
| body motion 43 115                                      | 机身运动          |
| equations 115 116 122 134                               | 等式            |
| generating it 130                                       | 推导之           |
| pairs of steps 120-121 132                              | 步伐双数对         |
| scissor 130-133   | 剪刀对称性         |
| several legs 121-124                                    | 若干条腿          |
| configuration 25 118 124                                | 构形            |
| tabular control 45 130 174-180                          | 查找表控制         |

---

|  |          |
|--|----------|
| computational cost 183-184                       | 算力成本     |
| teleoperator 8 9                                 | 遥控操作器    |
| telescoping leg 34 54                            | 伸缩腿      |
| terrain sensing 11 197                           | 地形感测     |
| terrain rough 1 11 100 196-197                   | 崎岖地形     |
| tether mechanism 31 85                           | 栓绑机制     |
| three-dimensional locomotion 57                  | 三维有机运动   |
| three-dimensional one-legged machine 18-21 63-66 | 3D 单腿机   |
| three-part control decomposition 18 37 67 93 154 | 三段控制分解   |
| THRUST 41 90                                     | 推进       |
| time of flight $T_f$ 120 147                     | 飞行时间     |
| TOP 37   | 顶部       |
| TOUCHDOWN 37                                     | 触地       |
| traction 33 47 65 70 155                         | 牵引力      |
| trot 83 92 94 102 164 169                        | 对角快步     |
| turning 66                                       | 转动       |
| twilight state 48                                | 模糊状态     |
| UNLOADING 41 47 90                               | 卸载       |
| USSR 10  | 苏联       |
| valves: pneumatic 33-34 64                       | 液压阀      |
| hydraulic 63-64 96                               | 执行器：液压   |
| vertical thrust 34 41 90 99 162-163              | 垂直推力     |
| vestibular input 12                              | 前庭输入     |
| vertical gyroscope 63-64 70 96                   | 垂直陀螺仪    |
| virtual biped one-foot gait 22 93                | 虚拟两足单腿步态 |
| virtual leg 22 83 92 107-108 168-169 195         | 虚拟腿      |
| walking truck GE 89 12-13                        | GE 行走卡车  |
| wheel xiii 1-2                                   | 轮子       |
| world coordinates {W} 80 110 160                 | 世界坐标系    |
| yaw angle 如, 70 66                               | 偏航角      |
| gyroscope 63-64 70 96                            | 陀螺仪      |
| yaw control 70 194                               | 偏航控制     |

# “Legged robots that balance” 翻译活动计划

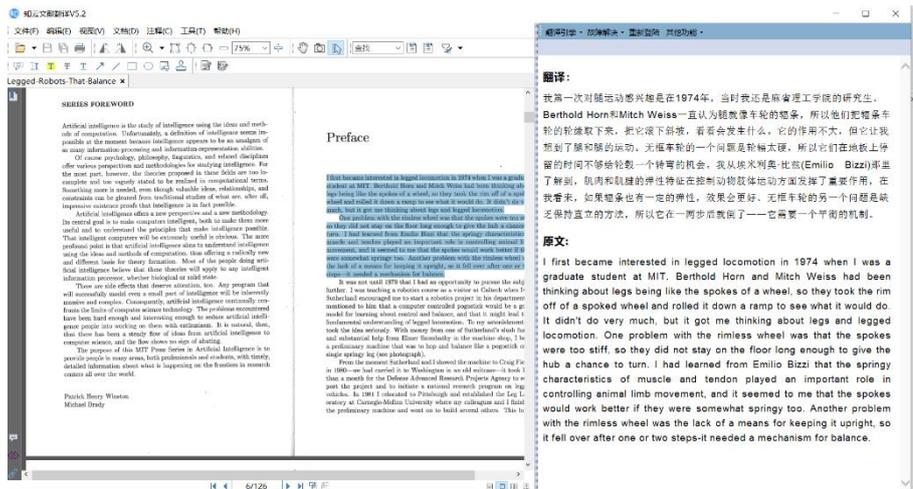
## 1、招聘章节管理员

截至今天 (2019. 11. 28), 群成员已经超过 50 个。根据 “Legged robots that balance” 8 个章节以及前言和术语表部分, 招聘 9 个章节管理员, 可以主动向群主报名, 要求如下:

- 1, 有责任心, 不要失联。
- 2, 负责一个章节的翻译校对工作。
- 3, 对四足机器人有一定了解, 对 “Legged robots that balance” 有一定了解。
- 4, 英语还行。

## 2、关于翻译的一些资料

1, 推荐使用知云 pdf 阅读器, 免费, 划词整段翻译, 解决了自动换行问题。



2, 前几章的内容, 推荐 “小明的地下工作室”, 几乎是逐句翻译 [https://blog.csdn.net/weixin\\_44740368?t=1](https://blog.csdn.net/weixin_44740368?t=1)

### 原创 【读书笔记】 Legged Robots That Balance (3)

第四章: 双足和四足奔跑 (Biped and Quadruped Running) 笔记应配合原书《Legged Robots That Balance》一同阅读 (尤其是图表) 正文为原文内容概括 括号 () 内为我的注释 前面两章描述的机器是用来研究单腿跑步的控制。只有一条腿的机器让我...

2019-03-28 11:28:14 | 阅读量 141 | 评论数 0

### 原创 【读书笔记】 Legged Robots That Balance (2)

第三章: 三维空间跳跃 (Hopping in Three Dimensions) 笔记应配合原书《Legged Robots That Balance》一同阅读 (尤其是图表) 正文为原文内容概括 括号 () 内为我的注释 前面的章节中, 我们讨论了平面空间中的单腿跳跃运动及其控制。鉴于现实...

2019-03-27 20:51:47 | 阅读量 129 | 评论数 0

### 原创 【读书笔记】 Legged Robots That Balance (1)

第二章: 平面跳跃单腿 (Hopping on One Leg in the Plane) 笔记应配合原书《Legged Robots That Balance》一同阅读 (尤其是图表) 正文为原文内容概括 括号 () 内为我的注释 平面跳跃单腿, 下文简称单腿, 即通过跳跃动作前行的单腿系统。...

2019-03-27 16:54:12 | 阅读量 386 | 评论数 0

3, 推荐狗王的读书笔记, 写的不多, 但是把核心思想讲解的很明白了。

<https://zhuatlan.zhihu.com/p/81975050>

## 华北舵狗王带你一起做四足机器人10 (读《Legged-Robots-That-Balance》)

 华北舵狗王  
机器人极客, 仿生机器人开发者

已关注

廖治源等 18 人赞同了该文章

### 1. 三通道解耦控制理念

Raibert所写的《Legged-Robots-That-Balance》可以说是足式机器人必读的书籍, 其中提出了经典的三通道足式机器人控制框架, 通过降维的方式实现对足式机器人非线性动力学模型的解耦同时引入虚拟腿和虚拟弹簧的概念使得整个算法在有精确可靠的系统状态估计下, 能采用简单的PD控制律实现并能获取较好的控制性能和抗外力作用性能, 下面对本文中的核心算法进行简单的总结。

## 3、时间安排

翻译活动以周为计划, 本周为第 0 周, 下周一(2019. 12. 02)开始为第 1 周。大致安排如下:

**报名阶段:** 00-03 周 (2019. 12. 02-2019. 12. 22)。

有意向作为章节管理员的同学向群主报名。

**通读阶段:** 02-05 周 (2019. 12. 09-2020. 01. 05)

参与贡献的小伙伴通读” Legged robots that balance” 全文, 了解全书大致意思。在此期间群友们可以互相讨论印证。

**初稿翻译:** 05-07 周 (2019. 12. 30-2020. 01. 19)

各章节管理员在第 7 周结束时上传初稿。

**春节:** 08-09 周 (2020. 01. 20-2020. 02. 02)

**整合阶段:** 10-11 周 (2020. 02. 03-2020. 02. 16)

讨论格式问题, 将初稿整合为一个文档。

**重读阶段:** 12-15 周 (2020. 02. 17-2020. 03. 15)

借助他人在其他章节的翻译情况, 再次通读全文。

**二次翻译:** 13-16 周 (2020. 02. 24-2020. 03. 22)

各章节管理员在第 16 周结束前上交第二版翻译。

**二次整合:** 15-16 周 (2020. 03. 09-2020. 03. 22)

将二次翻译整合为终版文档。

|   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|---|---|---|---|---|---|
| : |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |
| 报 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |
| 名 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |
| 阶 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |
| 段 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |
| 通 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |

|      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 读阶段  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 初稿翻译 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 春节   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 整合阶段 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 重读阶段 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 二次翻译 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 二次整合 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

#### 4、其他

本项目在 QQ 群里进行多人合作翻译，文章翻译以及四足机器人讨论群：



项目最终最新进展将会更新到 github 仓库上，地址：  
<https://github.com/legged-robots-that-balance/-legged-robots-that-balance->

## 5、人员安排

章节顺序按照我这儿显示的群成员排序安排(以及给各个章节难度和重要性的个人评价):

| 网友              | 章节     | 重要性   | 难度    |
|-----------------|--------|-------|-------|
| yxy             | 第一章+其他 | ☆☆    | ☆     |
| MEI17&18&19-子不语 | 第二章    | ☆☆☆☆  | ☆☆☆   |
| 飞多多             | 第三章    | ☆☆☆☆  | ☆☆☆☆  |
| Golaced 华北舵狗王   | 第四章    | ☆☆☆☆☆ | ☆☆☆☆☆ |
| 咖啡              | 第五章    | ☆☆☆   | ☆☆☆   |
| iknowhy         | 第六章    | ☆☆    | ☆☆    |
| 追风的少年&亮夜精灵~     | 第七章    | ☆☆    | ☆☆☆   |
| 修罗不羁            | 第八章    | ☆☆    | ☆     |
| 2-Pyzone.       | 前言+术语表 | ☆☆☆☆☆ | ☆☆    |
| 闲不起来的魚          | 排版+其他  | ☆☆    | ☆     |

2019/12/4